Campus São Mateus
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

Departamento de Ciências Naturais - DCN

# Física Experimental I

# *Mecânica, Termodinâmica e Ondas Sonoras*

*Teoria, Roteiro e Folha de Dados*

**Matemática Industrial**
**Engenharia Química**
**Engenharia de Produção**

# Sumário

Apresentação ..... 4
Desenvolvimento do Curso ..... 5
Critérios de Avaliação ..... 5
Testes: ..... 5
Provas: ..... 5
Relatórios: ..... 5
Informações gerais sobre o curso ..... 6
Cronograma ..... 6
Relatórios ..... 7
*Partes de um relatório* ..... 7
abordagem teórica ..... 9
Introdução à Física Experimental ..... 9
Teoria da Medida e dos Erros ..... 11
Grandezas Físicas e Padrões de Medidas ..... 11
Medidas Físicas ..... 12
Erros e Desvios ..... 13
Classificação de Erros ..... 14
Incertezas ..... 15
Propagação de incertezas ..... 16
*Soma ou subtração* ..... 17
*Outras operações* ..... 18
Algarismos Significativos ..... 19
Exercícios ..... 21
3. Instrumentos de Medida ..... 22
Introdução ..... 22
Aparelhos Analógicos ..... 22
*A Régua Milimetrada* ..... 23
*Balanças Tri-escala* ..... 23

Aparelhos não Analógicos ..... 24

Exercício em Grupo: Medidas de Densidade Superficial ..... 27

4. Gráficos ..... 29

Introdução ..... 29

Construção de Gráficos ..... 29

Gráficos e Equações Lineares ..... 30

Métodos de Determinação dos Coeficientes a e b ..... 31

*Método Gráfico* ..... 32

Exercícios ..... 36

roteiros e folhas de dados ..... 38

5. Primeira Sequência de Experiências ..... 38

Experiência 1: Estudo de Cinemática Utilizando Colchão de Ar ..... 38

Objetivos ..... 38

Materiais Necessários ..... 38

Procedimento Experimental ..... 38

Experiência 2: Equilíbrio de Forças no Plano Inclinado com Atrito ..... 43

Objetivos ..... 43

Materiais Necessários ..... 43

Procedimento Experimental ..... 43

Experiência 3: Lançamento Horizontal, Conservação da Energia e da Quantidade de Movimento ..... 47

Objetivos ..... 47

Materiais Necessários ..... 47

Procedimento Experimental ..... 47

Procedimentos e Cálculos a serem Efetuados no Relatório ..... 49

Experiência 3: Lançamento Horizontal, Conservação da Energia e da Quantidade de Movimento ..... 51

Experiência 4: Deformações Elásticas e Pêndulo Simples ..... Erro! Indicador não definido.

Objetivos ..... 52

Materiais Necessários ..... 52

Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório ..... 54

Experiência 4: Deformações elásticas e pêndulo simples ..... 55
6. Roteiros da Segunda Sequência ..... 57
Experiência 5: Calor Específico ..... 57
Objetivo ..... 57
Materiais Necessários ..... 57
Referencial Teórico ..... 57
Procedimento Experimental ..... 57
Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório ..... 59
Experiência 6: Transformação Isotérmica – Lei de Boyle-Mariotte ..... 61
Objetivos ..... 61
Materiais Necessários ..... 61
Referencial Teórico ..... 61
Procedimento Experimental ..... 61
Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório ..... 62
Experiência 6: Transformação Isotérmica – Lei de Boyle-Mariotte ..... 64
Experiência 7: Velocidade do Som no Ar e Batimentos ..... 65
Objetivos ..... 65
Materiais Necessários ..... 65
Referencial Teórico ..... 65
Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório ..... 70
*Experiência 7: Velocidade do Som no Ar e Batimentos* ..... 73
Experiência 8: Dilatação Térmica ..... 74
Materiais Necessários ..... 74
Método ..... 74
Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório ..... 75
7. Apêndice ..... 78
Dedução da Equação dos Mínimos Quadrados ..... 78
8. Bibliografia ..... 79

# APRESENTAÇÃO

O laboratório fornece ao estudante uma oportunidade única de vivenciar diversos fenômenos físicos de uma maneira quantitativa num experimento real. A experiência no laboratório ensina ao estudante as limitações inerentes à aplicação das teorias físicas, a situações físicas reais e introduz várias maneiras de minimizar esta incerteza experimental. O propósito dos laboratórios de Física é tanto o de demonstrar algum princípio físico geral, quanto permitir ao estudante aprender e apreciar a realização de uma medida experimental cuidadosa.

Esta apostila desenvolvida pelo grupo de professores de Física da UFES/ CEUNES contempla um estudo introdutório à teoria de erros com vista ao tratamento de dados obtidos no Laboratório e a construção de gráficos lineares, além da descrição detalhada de 08 experimentos nas áreas de mecânica, termodinâmica e ondulatória.

Professores Autores:

*Eduardo Perini Muniz*
*André Luíz Alves*

## DESENVOLVIMENTO DO CURSO

As três primeiras aulas estão reservadas para um estudo introdutório à teoria dos erros, com vistas ao tratamento dos dados obtidos no Laboratório, sendo que a segunda aula será reservada, especificamente, para o estudo de gráficos em papel milimetrado e/ou monolog.

No restante das aulas serão realizadas oito experiências, divididas em duas séries de quatro, havendo a possibilidade de uma experiência extra.

Os alunos serão distribuídos em quatro grupos, sendo que cada grupo desenvolverá uma experiência em cada aula.

## CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

As avaliações de relatórios, provas e testes ficarão a critério de cada professor. Uma sugestão é usar o seguinte critério:

$$M_{Parcial} = \frac{3M_{Provas} + M_{testes} + M_{relatórios}}{5}$$

$M_{Provas}$ = Média aritmética das notas obtidas nas 2 provas parciais

$M_{testes}$ = Média aritmética das notas obtidas nos 2 testes

$M_{relatórios}$ = Média aritmética das notas obtidas nos relatórios.

**Testes:**

O primeiro teste consistirá de questões referentes ao conteúdo de teoria de erros.

O segundo teste consistirá na elaboração de um gráfico (em papel milimetrado e/ou monolog) incluindo todos os procedimentos e cálculos pertinentes.

**Provas:**

A primeira prova será aplicada após as quatro primeiras experiências, portanto com o conteúdo abordado nestas experiências.

A segunda prova será aplicada após se completarem as quatro experiências finais, sendo abordado o conteúdo referente a estas experiências.

As provas consistirão de problemas ou questões que poderão abordar qualquer aspecto das experiências, como procedimentos, conceitos físicos envolvidos diretamente com as mesmas, dedução de fórmulas específicas para os cálculos das grandezas, cálculos numéricos, etc.

**Relatórios:**

Após cada aula com experiência, o grupo deverá elaborar um relatório seguindo os roteiros disponibilizados pelos professores contendo: os cálculos, os gráficos (quando houver), discussão das questões propostas, dedução de fórmulas se forem solicitadas na

apostila e conclusão que deverá incluir comentários referentes aos resultados obtidos, aos procedimentos adotados e sua relação com a teoria envolvida.

**Observações:**

- ✓ Cada grupo deverá apresentar apenas um relatório elaborado por todos os seus membros.
- ✓ Os grupos deverão apresentar o relatório, na aula seguinte àquela da realização da experiência, sem prorrogação.
- ✓ Pontualidade: será dada uma tolerância de, no máximo, 15 minutos. Um atraso maior será considerado na nota do relatório correspondente.

## INFORMAÇÕES GERAIS SOBRE O CURSO

- **NÃO** será permitido, **em hipótese nenhuma**, o uso de **calculadoras programáveis** (tipo HP ou similares), em **provas** e **testes**. Entretanto, recomenda-se a utilização de uma calculadora científica comum.
- Em caso de reutilização de apostilas de anos anteriores, **NÃO** deverão constar, **em hipótese nenhuma**, os dados tomados naquela ocasião: estes deverão estar **todos apagados**.
- O aluno poderá repor, em caso de falta, **apenas UMA** experiência da primeira série e **UMA** experiência da segunda série, nos **dias e horários** de **'Reposição de Experiências'** indicados no calendário.
- A 'Reposição de Experiências' é feita somente com a presença do monitor e o relatório relativo à experiência reposta só poderá atingir o **valor máximo de 7,0**.
- É importante repetir: os relatórios das experiências (**1 relatório por grupo**) deverão ser apresentados na aula seguinte daquela da realização da experiência, **sem prorrogação**.
- Em caso de falta do aluno às aulas dos dias dos testes, **NÃO** caberá reposição dos mesmos. Em caso de falta do aluno a uma das provas e **somente mediante a apresentação de atestado médico** na aula seguinte ao dia da prova, esta poderá ser reposta.

## CRONOGRAMA

Semana 1: Apresentação do curso;

Semana 2: Teoria da Medida e dos Erros;

Semana 3: Gráficos lineares;

Semana 4: Experimentos;

Semana 5: Experimentos;

Semana 6: Experimentos;

Semana 7: Experimentos;

Semana 8: Semana de Reposição de Experimentos;

Semana 9: Semana de dúvidas;

Semana 10: Primeira prova;

Semana 11: Experimentos;

Semana 12: Experimentos;

Semana 13: Experimentos;

Semana 14: Experimentos;

Semana 15: Semana de Reposição de Experimentos;

Semana 16: Semana de dúvidas;

Semana 17: Segunda prova;

Semana 18: Prova final.

## RELATÓRIOS

De uma forma geral, em ciência os resultados de um dado estudo são registrados e divulgados na forma de relatórios científicos. Entende-se por relatório científico um documento que segue um padrão previamente definido e redigido de forma que o leitor, a partir das indicações do texto, possa realizar as seguintes tarefas:

- ✓ Reproduzir as experiências e obter os resultados descritos no trabalho, com igual ou menor número de erros;
- ✓ Repetir as observações e formar opinião sobre as conclusões do autor;
- ✓ Verificar a exatidão das análises, induções e deduções, nas quais estiverem baseadas as conclusões do autor, usando como fonte as informações dadas no relatório.

## *PARTES DE UM RELATÓRIO*

1. **Capa:** Deve incluir os dados do local onde a experiência foi realizada (Universidade, Instituto e Departamento), disciplina, professor, equipe envolvida, data e título da experiência.
2. **Introdução:** A introdução não deve possuir mais que duas páginas em texto. Esta parte deve incluir um as equações mais relevantes (devidamente numeradas), as previsões do modelo teórico (de preferência em forma de tabela ou lista) e todos os símbolos utilizados para representar as grandezas físicas envolvidas.
3. **Dados experimentais:** Deve apresentar os dados obtidos (preferencialmente em forma de tabelas), ou seja, todas as grandezas físicas medidas, incluindo suas unidades. Dados

considerados anômalos devem ser identificados com uma anotação. **As incertezas de cada medida devem estar indicadas.** As tabelas devem ser numeradas em sequência e conter uma legenda descritiva.

4. **Cálculos:** Todos os cálculos devem ser apresentados, incluindo as etapas intermediárias (cálculo de erros, métodos de análise gráfica, etc.), para permitir a conferência e recálculo pelo mesmo caminho. Os resultados experimentais devem ser apresentados com os algarismos significativos apropriados.

   Em caso de repetição de procedimentos idênticos de cálculo, como, por exemplo, a multiplicação de 10 valores da posição de um corpo por uma constante é permitido que apenas o primeiro cálculo seja detalhado no relatório, mas os resultados de todos eles devem ser apresentados sob a forma de tabela.

   Aliás, os valores de cada grandeza obtida por meio dos cálculos devem ser apresentados de forma organizada (preferencialmente sob a forma de tabelas) no fim desta seção.

   Caso a tabela com os resultados dos cálculos claramente apresentados não seja incluída, o professor tem a opção de cortar todos os pontos referentes a esta seção do relatório.

   Quando houver gráficos, com cálculo de coeficiente angular, estes devem ser incluídos nesta seção. O cálculo do coeficiente deve ser feito nas costas da folha de gráfico.

   Deve-se evitar que sucessivos arredondamentos e/ou truncamentos conduzam a valores incorretos para as incertezas resultantes dos cálculos efetuados. Assim, recomenda-se:

- ✓ Efetuar os cálculos intermediários para a propagação das incertezas com, no mínimo, **três** algarismos "significativos" nas incertezas.
- ✓ Ao avaliar graficamente o coeficiente angular de uma reta e sua incerteza, considere esta avaliação como um cálculo intermediário.
- ✓ Os resultados finais devem ser apresentados com **um** só algarismo significativo na incerteza.

5. **Análise de dados:** Nesta parte o aluno verifica **quantitativamente** se o objetivo inicialmente proposto foi atingido. As previsões teóricas mostradas na introdução devem ser confrontadas com os resultados experimentais e a diferença numérica entre os valores esperados e obtidos deve ser discutida. Sempre que possível, a comparação deve ser feita sob a forma de tabelas ou gráficos que devem ser comentado(as) no texto. Também é razoável comentar aqui valores de coeficientes angulares obtidos na seção anterior. O objetivo é comprovar ou não as hipóteses feitas na teoria.
6. **Conclusão:** A conclusão apresenta um resumo dos resultados mais significativos da experiência e sintetiza os resultados que conduziram à comprovação ou rejeição da hipótese de estudo. Aqui deve ser explicitado se os objetivos foram atingidos, utilizando preferencialmente critérios quantitativos. Também se deve indicar os aspectos que mereciam mais estudo e aprofundamento.
7. **Bibliografia:** São as referências bibliográficas que serviram de embasamento teórico.

# 1. Introdução à Física Experimental

A Física Experimental ou, em termos mais amplos, o método experimental, é um dos pilares fundamentais da Ciência. Embora haja ramos da ciência onde a experimentação seja desnecessária, o método experimental é parte essencial do chamado método científico. Para nosso propósito imediato podemos dizer que o método científico compreende um conjunto de procedimentos e critérios que permitem compreender e explicar de modo confiável as leis e fenômenos naturais. De modo esquemático e bastante simplificado podemos resumir o método científico com o diagrama abaixo ( Figura 1).

Figura 1- Diagrama esquemático para definir método científico.

O processo compreende as seguintes fases importantes:

- ✓ Observação. Nesta fase de coleta de dados por meio de medidas diversas ocorrem, simultaneamente, dúvidas e ideias acerca do fenômeno observado;
- ✓ Busca de uma relação entre os fatos observados e conceitos ou fatos pré-estabelecidos;
- ✓ Hipóteses, modelos e planejamento de experiências de verificação;
- ✓ Realização dos experimentos. Nesta fase novamente são efetuadas diversas medições criteriosas e cuidadosas;
- ✓ Interpretação dos dados obtidos, conclusões e divulgação dos resultados para que possam ser apreciados, reproduzidos e realimentados por ideias de outros pesquisadores.

Deve-se notar que ao longo de todo o processo, a capacidade interrogativa e criativa do homem acha-se presente e atuante, criando um ciclo dinâmico de retroalimentação de novas dúvidas, novas observações e novas experimentações, Isto gera resultados cada vez mais detalhados e confiáveis ou ainda novas conclusões, estabelecendo-se um acúmulo continuado de conhecimentos.

Para maior confiabilidade, o método experimental deve obedecer ainda a dois requisitos fundamentais. Em primeiro lugar os experimentos devem ser, obrigatoriamente, reprodutíveis por qualquer pessoa e em qualquer lugar, respeitadas as condições e métodos empregados. Em segundo lugar, temos o princípio da falsificação, isto é, toda proposição científica deve admitir experimentos que, caso não forneçam os resultados esperados permitam refutar a hipótese levantada. Uma consequência importante destes aspectos é que qualquer resultado inesperado exige o reexame completo e minucioso das hipóteses e modelos construídos.

A Física é uma ciência que se baseia quase sempre na observação do fenômeno natural e na identificação e medida das propriedades que o caracterizam. Frequentemente, essas observações e medidas não são feitas diretamente pelos nossos sentidos, mas através de equipamentos complexos, desenvolvidos para essa finalidade e fruto, eles também, de experiências anteriores sobre o mesmo tema. A Física, ao mesmo tempo em que busca a solução dos problemas fundamentais de COMO e PORQUE as coisas ocorrem ou são como são, busca, em primeiro lugar, responder às questões QUANDO, QUANTO, a que DISTÂNCIA, de que TAMANHO dentre outras de igual teor. A ciência sempre parte do mais simples para o mais complexo. Uma postura contrária, fatalmente prejudicaria a análise e conduziria a um alto índice de erros.

Como ciência exata, a Física busca desvendar não apenas os aspectos qualitativos dos mistérios da natureza, mas também os aspectos quantitativos. É fácil então entender que a matemática é um instrumento essencial para o físico, pois a matemática é a linguagem que permite expressar de modo exato, unívoco e universal as regularidades e padrões de comportamento observados na natureza. Entretanto, o uso da chamada intuição física é essencial, pois muitas vezes a essência de um fenômeno não pode ser entendida apenas através de equações. Os princípios físicos fundamentais também podem e devem ser entendidos sem auxílio da matemática.

A Física Teórica constrói modelos para explicar fenômenos observados experimentalmente, procurando a partir deles, predizer os resultados de novos experimentos. O critério final de sucesso é a concordância das previsões do modelo com os resultados determinados de forma experimental. Isto cria uma interação e realimentação permanente entre a experiência e a teoria, com desafios cada vez maiores para a inteligência humana.

Percebe-se neste processo todo que a realização de medições é um aspecto muito importante para a Ciência sendo parte fundamental da metodologia científica. Não existe observação ou análise sem alguma forma de medição. Por este motivo, o conhecimento das unidades de medida e dos instrumentos adequados ao tipo de medida que se pretende realizar tem relevância prática fundamental. Além disto, qualquer medição está sujeita a erros. Erros devido a defeitos do instrumento, erros devido à falhas do operador e erros inerentes ao problema em foco. Disto, segue a importância de se conhecer bem os instrumentos e métodos a serem utilizados bem como procurar adquirir um bom embasamento teórico do fenômeno a ser estudado.

# 2. Teoria da Medida e dos Erros

## Grandezas Físicas e Padrões de Medidas

Grandezas físicas são propriedades de um ente físico às quais podemos atribuir um valor IMPESSOAL, ou seja, um valor numérico obtido por comparação com um VALOR-PADRÃO. Por exemplo, duas grandezas físicas para um ser humano são: seu peso e sua altura. Quando dizemos, por exemplo, que a altura de um homem é de 1,90 metros, queremos dizer que ele possui uma altura 1,90 vezes o comprimento de um PADRÃO (o metro) gravado em uma barra metálica que está guardada em *Sèvres*, nos arredores de Paris, no *Bureau International dês Poids et Mesures*. Repare que não medimos o homem e sim uma de suas propriedades: a altura. Neste exemplo, o PADRÃO (metro) define uma UNIDADE da grandeza comprimento: uma UNIDADE PADRÃO de comprimento chamada metro. Generalizando, todas as grandezas físicas podem ser expressas em termos de um pequeno número de UNIDADES PADRÕES fundamentais. Neste contexto, fazer uma medida significa comparar uma quantidade de uma dada grandeza, com outra quantidade definida como unidade padrão da mesma grandeza.

A escolha de UNIDADES PADRÕES de grandezas determina o sistema de unidades de todas as grandezas usadas em Física. O sistema de unidades "oficial" usado pela maioria dos cientistas e engenheiros denomina-se normalmente sistema métrico, porém desde 1960, ele é conhecido oficialmente como Sistema Internacional, ou SI (das iniciais do nome francês Système International), porém, ainda existem outros sistemas de unidades utilizados, como o CGS. O SI é baseado em sete unidades padrões fundamentais:

| Grandeza | Nome da Unidade | Símbolo |
|---|---|---|
| Comprimento | metro | m |
| Massa | quilograma | kg |
| Tempo | segundo | s |
| Corrente elétrica | ampère | A |
| Temperatura termodinâmica | kelvin | K |
| Quantidade de substância | mol | mol |
| Intensidade luminosa | candela | cd |

As unidades de outras grandezas como velocidade, força, energia e torque são derivadas das sete grandezas acima. Na tabela abaixo estão listadas algumas destas grandezas:

| Grandeza | Dimensão | Unidade |
|---|---|---|
| Velocidade | m/s | |
| Trabalho | 1 N . m | Joule (J) |
| Potência | 1 J/s | Watt (W) |

| | | |
|---|---|---|
| Força | 1 Kg . $m/s^2$ | Newton (N) |
| Aceleração | 1 $m/ s^2$ | |
| Densidade | 1 $kg/m^3$ | |

No quadro abaixo também estão listados os prefixos dos múltiplos e submúltiplos mais comuns das grandezas fundamentais, todos na base de potências de 10. Os prefixos podem ser aplicados a qualquer unidade:

| **Múltiplo** | **Pref** | **Símb** |
|---|---|---|
| $10^{12}$ | tera | *T* |
| $10^{9}$ | giga | *G* |
| $10^{6}$ | meg | *M* |
| $10^{3}$ | kilo | *k* |
| $10^{-2}$ | cent | *c* |
| $10^{-3}$ | mili | *m* |
| $10^{-6}$ | micr | $\mu$ |
| $10^{-9}$ | nan | *n* |
| $10^{-12}$ | pico | *p* |

Como curiosidade, podemos citar algumas ordens de grandeza do universo:

| | |
|---|---|
| Próton | $10^{-15}$ m , $10^{-27}$ kg |
| Átomo | $10^{-10}$ m |
| Vírus | $10^{-7}$ m , $10^{-19}$ kg |
| Gota de chuva | $10^{-6}$ kg |
| Período da radiação da luz visível | $10^{-15}$ s |
| Terra | $10^{7}$ m , $10^{24}$ kg , $10^{17}$ kg |
| Sol | $10^{9}$ m , $10^{30}$ kg |
| Via-Láctea | $10^{21}$ m , $10^{41}$ kg |
| Universo Visível | $10^{26}$ m , $10^{52}$ kg , $10^{18}$ s |

## Medidas Físicas

As medidas de grandezas físicas podem ser classificadas em duas categorias: medidas DIRETAS e INDIRETAS. A medida direta de uma grandeza é o resultado da leitura de uma magnitude mediante o uso de instrumento de medida, como por exemplo, um comprimento com régua graduada, ou ainda a de uma corrente elétrica com um

amperímetro, a de uma massa com uma balança ou de um intervalo de tempo com um cronômetro.

Uma medida indireta é a que resulta da aplicação de uma relação matemática que vincula a grandeza a ser medida com outras diretamente mensuráveis. Como exemplo, a medida da velocidade média $v$ de um carro pode ser obtida através da medida da distância percorrida $\Delta S$ e o intervalo de tempo $\Delta t$, sendo $v = {}^{\Delta S}/_{\Delta t}$.

## Erros e Desvios

Algumas grandezas possuem seus valores reais conhecidos e outras não. Quando conhecemos o valor real de uma grandeza e experimentalmente encontramos um resultado diferente, dizemos que o valor observado está afetado de um erro, o qual pode ser definido como:

**ERRO ➔ Diferença entre um valor observado ($V_{obs}$) ao se medir uma grandeza e o valor real ($V_{Real}$) ou correto da mesma.**

$$Erro = V_{obs} - V_{Real} \tag{1}$$

Conforme teremos oportunidade de estudar, obter o valor real da maioria das grandezas físicas, através de uma medida, é quase impossível. Apesar de não podermos encontrar o valor real de determinada grandeza, podemos estabelecer, através de critérios que estudaremos oportunamente, um valor adotado que mais se aproxima do valor real, como é o caso da aceleração da gravidade. Neste caso, ao efetuarmos uma medida, falamos em **desvios** e não em **erros**.

O desvio é definido como:

**DESVIO ➔ Diferença entre um valor observado ($V_{obs}$) ao se medir uma grandeza e o valor adotado ($V_{adot}$) que mais se aproxima teoricamente do valor real.**

$$Desvio = V_{obs} - V_{adot} \tag{2}$$

Na prática se trabalha na maioria das vezes com desvios e não com erros. Os desvios podem ser apresentados sob duas formas:

- Desvio - já definido
- Desvio Relativo - é a relação entre o desvio absoluto e o valor adotado como o mais próximo teoricamente do valor real desta grandeza.

$$\text{Desvio Relativo} = \frac{Desvio}{V_{adotado}} \tag{3}$$

O desvio relativo percentual é obtido, multiplicando-se o desvio relativo por 100%. Este desvio nos dá, de certa forma, uma informação a mais acerca da qualidade do processo de medida e nos permite decidir, entre duas medidas, qual a melhor.

## Classificação de Erros

Por mais cuidadosa que seja uma medição e por mais preciso que seja o instrumento, não é possível realizar uma medida direta perfeita. Ou seja, sempre existe uma incerteza ao se comparar uma quantidade de uma grandeza física com sua unidade.

Segundo sua natureza, os erros são geralmente classificados em três categorias: grosseiros, sistemáticos e aleatórios ou acidentais.

***Erros Grosseiros***

Erros que ocorrem devido à imperícia ou distração do operador. Como exemplos, podemos citar a escolha errada de escalas, erros de cálculo e erro de paralaxe. Devem ser evitados pela repetição cuidadosa das medições.

***Erros Sistemáticos***

Os erros sistemáticos são causados por fontes identificáveis, e em princípio, podem ser eliminados ou compensados. Estes erros fazem com que as medidas efetuadas estejam consistentemente acima ou abaixo do valor real, prejudicando a **exatidão** das medidas. Erros sistemáticos podem ser devidos a vários fatores, tais como:

• ao instrumento que foi utilizado, por exemplo, intervalos de tempo medidos com um relógio que atrasa;

• ao método de observação utilizado, por exemplo, medir o instante da ocorrência de um relâmpago pelo ruído do trovão associado;

• a efeitos ambientais, por exemplo, a medida do comprimento de uma barra de metal, que pode depender da temperatura ambiente;

• a simplificações do modelo teórico utilizado, por exemplo, não incluir o efeito da resistência do ar numa medida da gravidade baseada na medida do tempo de queda de um objeto a partir de uma dada altura.

***Erros Aleatórios ou Acidentais***

Erros devidos a causas diversas, bem como a causas temporais que variam durante observações sucessivas e que escapam a uma análise em função de sua imprevisibilidade, prejudicando a **precisão** das medidas. Podem ter várias origens, entre elas:

• Instabilidades nos instrumentos de medidas;

• Erros no momento da medida como, por exemplo, uma leitura com precisão maior do que aquela fornecida pela escala;

• Pequenas variações das condições ambientais (pressão, temperatura, umidade, fontes de ruídos, etc.);

Erros aleatórios podem ser tratados quantitativamente através de métodos estatísticos, de maneira que seus efeitos sobre a grandeza física medida, podem ser, em geral, determinados.

A distinção entre erros aleatórios ou sistemáticos é, até certo ponto, subjetiva, entretanto, existe uma diferença clara, a contribuição dos erros aleatórios pode ser reduzida pela repetição das medidas, enquanto àquela relativa a erros sistemáticos em geral é insensível à repetição.

## Incertezas

O erro é inerente ao processo de medida, isto é, nunca será completamente eliminado. O erro poderá ser minimizado, procurando-se eliminar o máximo possível as fontes de erro acima citadas. Portanto, ao realizar medidas é necessário avaliar quantitativamente as INCERTEZAS nas medições ( $\Delta x$ ). Aqui devem ser diferenciadas duas situações: a primeira trata de medidas diretas, e a segunda de indiretas.

### *Incertezas em Medidas Diretas*

A medida direta de uma grandeza $x$ com sua incerteza estimada pode ser feita de duas formas distintas:

a) Medindo-se apenas uma vez a grandeza $x$: neste caso, a estimativa de incerteza na medida, $\Delta x$, é feita a partir do **instrumento de medida** utilizado e, o resultado será expresso por:

$$x \pm \Delta x$$

Obs: O sinal $\pm$ não indica que $\Delta x$ pode ser tanto positivo como negativo (como no caso $x^2 = 4$, logo $x = \pm 2$), mas sim que o valor obtido na medida é único, porém, devido à limitação do instrumento de medida, não é exatamente o valor lido, e pode ser qualquer número do intervalo $[\, x - \Delta x, x + \Delta x \,]$. Se forem detectadas outras fontes de erro, o valor de $\Delta x$ deve ser incrementado com o valor estimado da contribuição do referido erro.

b) Medindo-se $N$ vezes a mesma grandeza $x$, sob as mesmas condições físicas. Os valores medidos $x_1$, $x_2$, ..., $x_N$ não são geralmente iguais entre si e descontando os erros grosseiros e sistemáticos, as diferenças entre eles são atribuídas aos erros aleatórios. Neste caso, o resultado da medida é expresso em função das incertezas como: $x = x_m \pm \Delta x$. Nesta representação, $x_m$ é o valor médio das $N$ medidas e $\Delta x$ é a incerteza da medida e representa a variabilidade e a dispersão das medidas.

O valor de $x_m$ é calculado como: $x_m = \sum_{i=1}^{N} \frac{x_i}{N}$

Existem outros parâmetros que podem representar os valores centrais em torno dos quais estes dados se distribuem, tais como: a moda, a média quadrática e a mediana. A escolha do parâmetro depende do tipo de distribuição dos dados e do sistema.

A incerteza pode ser determinada de várias formas. Neste curso, trabalharemos com a incerteza absoluta e o desvio padrão.

- ✓ *Incerteza Absoluta:*

$$\Delta x = \sum_{i=1}^{N} \frac{|\, x_m - x_i \,|}{N}$$

✓ *Desvio Padrão:*

$$\Delta x = \sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_m - x_i)^2}{N}} \tag{4}$$

Para um pequeno número de medidas, a incerteza (ou erro) associado a cada medida será dada por:

$$\Delta x = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \frac{(x_i - x_m)^2}{N-1}} \tag{5}$$

Outra grandeza importante é a incerteza relativa $\delta = \frac{\Delta x}{x_m}$. Por exemplo, se uma barra de aço tem comprimento dado por $(2,5 \pm 0,5)\,m$, significa que esse comprimento está sendo comparado com o padrão denominado metro e que a incerteza associada à medida é de $0,5\ m$. A incerteza relativa nesta medida é de $\frac{0,5}{2,5} = 0,2$ ou $20\%$.

Quando o número de medidas cresce indefinidamente, a distribuição de frequência das medidas tende, usualmente, à **distribuição de Gauss**. Medidas diretas que se distribuem segundo a distribuição de Gauss, tem a seguinte propriedade:

- 68,3% das medidas estão entre $(x_m - \sigma)\ e\ (x_m + \sigma)$
- 95,5% das medidas estão entre $(x_m - 2\sigma)\ e\ (x_m + 2\sigma)$
- 97,7% das medidas estão entre $(x_m - 3\sigma)\ e\ (x_m + 3\sigma)$

Dependendo do tipo de sistema, outros tipos de distribuições estatísticas podem ser mais indicados, como por exemplo: a **distribuição de Poisson**, **distribuição Binomial**, **distribuição Gama**, etc.

Os valores médios e os desvios padrões podem ser obtidos por programas de ajustes, como por exemplo, o **Origin** e algoritmos do **MATLAB**, a partir de um conjunto de medidas.

***Incertezas em Medidas Indiretas***

Geralmente é necessário usar valores medidos e afetados por incertezas para realizar cálculos a fim de se obter o valor de outras grandezas indiretas. É necessário conhecer como a incerteza na medida original afeta a grandeza final.

## Propagação de incertezas

Nas medidas indiretas o valor da grandeza final dependerá das incertezas de cada uma das grandezas obtidas direta ou indiretamente, bem como da forma da expressão matemática utilizada para obtê-las.

Consideremos que a grandeza $V$ a ser determinada esteja relacionada com outras duas ou mais, através da relação: $V = f(x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, ..., x_n \pm \Delta x_n)$, onde $f$ é uma função conhecida de $x_1 \pm \Delta x_1, x_2 \pm \Delta x_2, ..., x_n \pm \Delta x_n$.

Examinaremos então como se obtém a incerteza do valor da grandeza que se mede indiretamente, em função das incertezas das medidas diretas.

Um método usualmente aplicado e que nos dá o valor de $\Delta V$, imediatamente, em termos de $\Delta x_1, \Delta x_2, ..., \Delta x_n$, é baseado na aplicação do cálculo diferencial:

MÉTODO I:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial V}{\partial x_i} \right| \Delta x_i$$

Uma derivada parcial, como por exemplo $\frac{\partial V}{\partial x_1}$, é a derivada de *V* em relação a $x_2$, assumindo as demais *n-1* variáveis (as demais grandezas diretas) constantes. Para maiores detalhes, consulte livros de cálculo diferencial e numérico.

Os termos do tipo $\frac{\partial V}{\partial x_i}$ são denominados FATORES DE SENSIBILIDADE de *V* em relação a $x_i$.

Outra equação encontrada na literatura (deduzida a partir do cálculo estatístico considerando uma distribuição Gaussiana) é:

MÉTODO II:

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{n} \sqrt{\left( \frac{\partial V}{\partial x_i} \right)^2 \Delta x_i^2}$$

Consideremos agora, um método mais imediato, envolvendo apenas operações de álgebra elementar.

***Soma ou subtração***

Considerando as medidas de n grandezas: *A, B, C, ...*, e suas respectivas incertezas:

$$\left.\begin{array}{l} A = a \pm \Delta a \\ B = b \pm \Delta b \\ C = c \pm \Delta c \\ \vdots \end{array}\right\} \Rightarrow \left( \begin{array}{c} a, b, c, \cdots = \textit{valores medidos} \\ \pm\Delta a, \pm\Delta b, \pm\Delta c, \cdots = \textit{incertezas absolutas} \end{array} \right)$$

$$S = A + B + C + ...$$

$$S = s \pm \Delta s \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} s = \text{valor da soma} \\ \pm\Delta r = \text{ incerteza absoluta da soma} \end{array} \right\}$$

Aplicando o MÉTODO I:

$$s \pm \Delta s = (a + b + c + ...) \pm (|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c| + ...)$$

Aplicando o MÉTODO II:

$$\Delta s = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial a}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial b}\right)^2 (\Delta b)^2 + ...} = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2 + ...}$$

Para o caso da subtração as expressões análogas são:

$$d \pm \Delta d = (a - b - c - ...) \pm (|\Delta a| + |\Delta b| + |\Delta c| + ...)$$

$$\Delta d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial a}\right)^2 (\Delta a)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial b}\right)^2 (\Delta b)^2 + ...} = \sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2 + ...}$$

***Outras operações***

A multiplicação, a divisão, a radiciação e a potenciação, poderão ser englobadas na fórmula monômio.

$$F = K.A.B^{\alpha}.C^{\beta}$$

Demonstra-se teoricamente (faça a derivada e analise) que, adotando o MÉTODO I a incerteza absoluta $\pm \Delta f$ poderá ser colocada em função das incertezas absolutas das grandezas que a compõem pela seguinte fórmula:

$$\pm \Delta f = \pm f \left[ \left| \frac{\Delta k}{k} \right| + \left| \frac{\Delta a}{a} \right| + \left| \alpha \frac{\Delta b}{b} \right| + \left| \beta \frac{\Delta c}{c} \right| \right]$$

onde:

$A = a \pm \Delta a$

$B = b \pm \Delta b$

$C = c \pm \Delta c$

$K = k \pm \Delta k \Rightarrow$ Constante que não depende da medida

$F = f \pm \Delta f \Rightarrow f = k.a.b^{\alpha}.c^{\beta}$

***Discussão sobre a constante K***

A constante **K** poderá aparecer nas seguintes formas:

- ✓ Número formado por quantidade finita de dígitos (número exato). Neste caso a incerteza absoluta é nula.

- ✓ Número que matematicamente comporte infinitos dígitos (irracional, dízima). Neste caso a incerteza absoluta dependerá da quantidade de dígitos adotada. Se utilizarmos uma calculadora que opere com dez dígitos, teremos π = 3,141592654. O último dígito foi arredondado pela máquina; está afetado por uma "incerteza" de uma unidade (no máximo = 0,000000001).

## Algarismos Significativos

A medida de uma grandeza física é sempre aproximada, por mais capaz que seja o operador e por mais preciso que seja o aparelho utilizado. Esta limitação reflete-se no número de algarismos que usamos para representar as medidas. Devemos utilizar só os algarismos medidos ou calculados pela média que são confiáveis devido à precisão do instrumento utilizado, admitindo-se apenas o uso de um único algarismo duvidoso. Por exemplo, se afirmarmos que o resultado de uma medida é $3,24\ cm$ estamos dizendo que os algarismos $3$ e $2$ são precisos e que o algarismo $4$ é o duvidoso, não tendo sentido físico escrever qualquer algarismo após o número 4.

Algumas observações devem ser feitas:

1. Não é algarismo significativo o zero à esquerda do primeiro algarismo significativo diferente de zero. Assim, tanto $l = 32,5m$ como $l = 0,325x10^2\ m$ representam a mesma medida e têm $3$ algarismos significativos. Outros exemplos:
   - ✓ 4 = 0,4 x 10 = 0,04 x $10^2$ = 0,004 x $10^3$ (1 algarismo significativo);
   - ✓ 0,00036606 = 0,36606 x $10^{-3}$ = 3,6606 x $10^{-4}$ (5 algarismos significativos).
2. Zero à direita de algarismo significativo também é algarismo significativo. Portanto, $l = 32,5\ cm$ e $l = 32,50\ cm$ são diferentes, ou seja, a primeira medida têm $3$ algarismos significativos, enquanto a segunda é mais precisa e têm $4$ algarismos significativos.
3. Quando for necessário fazer arredondamento de algum número utilizaremos a seguinte regra: quando o último algarismo depois dos significativos for menor que $5$ este é abandonado; quando o último algarismo for maior ou igual a $5$, somamos$1$ unidade ao algarismo significativo anterior. Exemplo:
   - ✓ 8,234 cm é arredondado para 8,23 cm;
   - ✓ 8,235 cm é arredondado para 8,24 cm;
   - ✓ 8,238 cm é arredondado para 8,24 cm.

***Operações com algarismos significativos:***

1. **Soma e subtração:** Após realizar a soma, o resultado deve apresentar apenas um algarismo duvidoso. Exemplo:

   - ✓ 133,35cm – 46,7cm = 86,65cm = 86,7cm.

2. **Produto e divisão:** O resultado da operação deve ser fornecido com o mesmo número de algarismos significativos do fator que tiver o menor número de algarismos significativos. Exemplos:

   - ✓ 32,74cm x 25,2cm = 825,048cm$^2$ = 825cm$^2$
   - ✓ $\frac{37,32}{7,45} = 5,00940\ \frac{m}{s} = 5,01\frac{m}{s}$

3. **Algarismos significativos em medidas com incerteza:** Suponhamos que uma pessoa ao fazer uma série de medidas do comprimento de uma barra $l$, tenha obtido os seguintes resultados:

   - ✓ Comprimento médio: $l = 82,7390\ cm;$
   - ✓ Incerteza estimada: $\Delta l = 0,538\ cm;$

Como a incerteza da medida está na casa dos décimos de *cm*, não faz sentido fornecer os algarismos correspondentes aos centésimos, milésimos de *cm* e assim por diante. Ou seja, a incerteza estimada de uma medida deve conter apenas um algarismo significativo. Os algarismos a direita deste, serão utilizados apenas para efetuar os cálculos e arredondamentos ou simplesmente desprezados. Neste caso $\Delta l$ deve ser expresso apenas por:

$$\Delta l = 0,5cm;$$

Os algarismos 8 e 2 do valor médio são exatos, porém o algarismo 7 já é duvidoso porque o erro estimado afeta a casa que lhe corresponde. Deste modo, os algarismos 3, 9 e 0 são desprovidos de significado físico e não é correto escrevê-los: estes algarismos são utilizados para efetuar os cálculos e arredondamentos ou simplesmente desprezados. O modo correto de escrever o resultado final desta medida será então:

$$l = (82,7 \pm 0,5)cm.$$

Quando se trabalha com uma grandeza sem explicitar a sua incerteza é preciso ter em mente a noção exposta no texto referente ao conceito de algarismo significativo. Mesmo que não esteja explicitada, você sabe que a incerteza afeta "diretamente" o último dígito de cada número. Para verificar esta afirmação sugerimos que assinale com um traço todos os algarismos cuja ordem seja superior ou igual à ordem de grandeza da incerteza. Considere algarismo significativo, os algarismos assinalados.

Exemplos:

a) $\overline{186},3 \pm 1,7 \rightarrow 186\ ou\ 1,86x10^{-2}$

b) $\overline{45,37} \pm 0,13 \rightarrow 45,4 \; ou \; 4,54x10$

c) $\overline{25231} \pm 15 \rightarrow 2,523x10^4$

As operações que você efetuar com qualquer grandeza darão como resultado um número que tem uma quantidade "bem definida" de algarismos significativos.

## Exercícios

1) Verifique quantos algarismos significativos apresentam os números abaixo:

a) 0,003055 b) 1,0003436 c) 0,0069000 d) 162,32 x $10^6$.

2) Aproxime os números acima para 3 algarismos significativos.

3) Efetue as seguintes operações levando em conta os algarismos significativos:

a) (2,5 ± 0,6) cm + (7.06 ± 0,07) cm;

b) (0,42 ± 0,04) g/(0,7 ± 0,3) cm;

c) (0,7381 ± 0,0004) cm x (1,82 ± 0,07) cm;

d) (4,450 ± 0,003) m - (0,456 ± 0,006) m.

4) Efetue as seguintes operações levando em conta os algarismos significativos:

a) 2,3462 cm + 1,4 mm + 0,05 m;

b) 0,052 cm/1,112 s;

c) 10,56 m – 36 cm.

5) As medidas da massa, comprimento e largura de uma folha foram obtidas 4 vezes e os resultados estão colocados na tabela abaixo. Determine:

a) Os valores médios da massa, comprimento e largura da folha;
b) As incertezas absolutas das medidas da massa, comprimento e largura da folha;
c) Os desvios padrão das medidas de massa, comprimento e largura da folha;
d) As incertezas relativas das medidas da massa, comprimento e largura da folha.

| Massa | Largura | Comprimento |
|---|---|---|
| 4,51 | 21,0 | 30,2 |
| 4,46 | 21,2 | 29,8 |
| 4,56 | 20,8 | 29,9 |
| 4,61 | 21,1 | 30,1 |

6) Utilizando os resultados do exercício 5 e a teoria de propagação de erros, determine:

a) A área da folha e sua respectiva incerteza;

b) A densidade superficial da folha e sua respectiva incerteza.

# 3. Instrumentos de Medida

## Introdução

Descreveremos em detalhes alguns dos instrumentos mais utilizados para medir grandezas físicas de massa, tempo e comprimentos, com enfoque nos aparelhos disponíveis no laboratório. São eles:

| Grandeza | Aparelho | Precisão |
|---|---|---|
| Comprimento | Régua | 1 mm |
| Comprimento | Paquímetro | 0.1 mm |
| Massa | Balança Digital | - |
| Tempo | Cronômetro | 0,01s até 0,0001s |

A precisão de um instrumento de medida corresponde à quantidade mínima da grandeza física que o instrumento é capaz de diferenciar. Por exemplo, numa régua centimetrada, a precisão é de 1cm.

O resultado de uma medida deve vir sempre na forma:

$$m \pm \Delta m$$

Onde *m* é o valor medido na escala do instrumento e $\Delta m$ é a incerteza associada á medida. Esta incerteza depende do aparelho utilizado e dos erros aleatórios ocorridos durante a medida. Portanto, podemos escrever $\Delta m$ como a soma de duas contribuições, e será chamada incerteza total:

$$\Delta m = \Delta m_{aparelho} + \Delta m_{aleatórios}$$

O cálculo das incertezas aleatórias, como já foi mostrado, depende do número de medidas e das operações envolvidas na obtenção da grandeza *m*. O cálculo de $\Delta m_{aparelho}$ (incerteza do aparelho) depende do instrumento utilizado e há diversos critérios para determiná-la (quando a mesma não for informada pelo fabricante). Nesse sentido, é interessante classificar os aparelhos em analógicos e não analógicos. Esta classificação surge em função da escala do aparelho, e da possibilidade de estimativa de incerteza, conforme veremos a seguir.

### Aparelhos Analógicos

Os instrumentos analógicos são aqueles onde a análise das escalas permite que o algarismo duvidoso da medida seja avaliado. Neste caso, é usual adotar a incerteza da escala como sendo a metade da precisão. Ou seja,

$$\Delta m_{aparelho} = \frac{1}{2}(\text{precisão do aparelho})$$

Alguns exemplos são: réguas, multímetros, cronômetros, balança de braço e termômetros.

***A Régua Milimetrada***

Instrumento capaz de medir comprimentos com a precisão máxima de milímetros. O erro de escala é:

$$\Delta m_{aparelho} = \frac{1}{2}(\text{precisão do aparelho}) = 0,5\,mm$$

Para entender a origem deste critério, considere, por exemplo, que desejamos medir o tamanho de uma folha de papel usando uma régua milimetrada. Com o olho bem treinado ou com o auxílio de uma lupa, e se os traços da marcação dos milímetros inteiros da régua forem suficientemente estreitos, pode-se avaliar até décimos de milímetro. Contudo, este procedimento pode não ser válido. Se uma régua é graduada em milímetros é porque o material com que é feito pode resultar em variações do comprimento total comparáveis com a sua menor divisão. Ou então, o próprio processo de fabricação pode não ser seguro, dando variações comparáveis com a menor divisão. Nestes casos, supor a régua exata e avaliar décimos de milímetro pode se irrealista. Por outro lado, arredondando até o milímetro inteiro mais próximo pode acarretar perda de informação. Assim, avaliar a incerteza em metade da precisão é um meio termo aceitável. É importante notar que esta incerteza corresponde na verdade ao erro máximo que pode ser cometido utilizando uma régua milimetrada, excluindo-se os erros aleatórios. A figura abaixo mostra um exemplo de leitura utilizando uma régua.

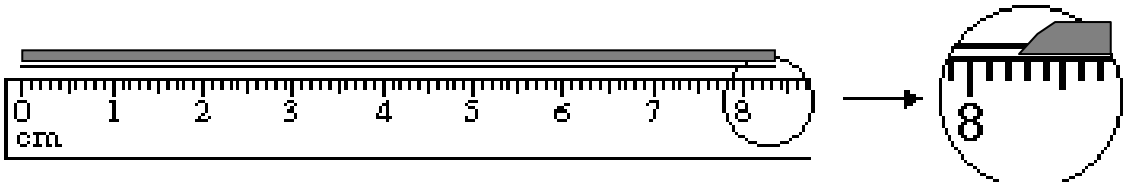



Figura 2- Exemplo de uma medida feita com régua milimetrada.

Neste caso podemos avaliar o comprimento da barra em 8,36 cm. Assim, os algarismos exatos são 8 e 3, ao passo que o duvidoso é 6, uma vez que sua obtenção surgiu de uma apreciação do experimentador. Portanto, o resultado final da medida deve ser $l=(8,36\pm0,05)$ cm. Se utilizássemos um paquímetro poderíamos obter para a grandeza em foco um valor de 8,371 cm. Neste caso, quais os algarismos duvidosos e quais os exatos? Já um micrômetro nos permitiria obter um valor que poderia ser 8,3713 cm.

***Balanças Tri-escala***

A balança tri-escala é assim denominada porque possui três escalas: uma graduada em gramas, outra em dezenas de gramas, outra em centésimos de gramas. Assim o resultado de uma medida com esta balança pode ser apresentado com algarismos até a casa do milésimo da grama, sendo este algarismo duvidoso. A precisão da balança é na

casa do centésimo de grama. Antes de fazer uma medida com a balança, deve-se verificar se a mesma está zerada. Para isto, sem nenhum objeto no prato da balança, deve ser verificado se, ao colocar os pesos das escalas nos zeros das mesmas, o ponteiro situado na extremidade do braço da balança está apontando para o zero de uma escala vertical, situado nesta extremidade. A inclinação do braço da balança pode ser ajustada girando um parafuso situado na base da balança. A balança deve ser zerada para evitar erros sistemáticos nas medidas.

Ao pesar um objeto colocando-o no prato da balança, o braço desta ficará levantado, sendo necessário posicionar os pesos das escalas de forma que o ponteiro volte para o zero da escala vertical. Assim feito, os números nas escalas, indicados pelos pesos das escalas, poderão ser lidos.

Como exemplo, a leitura feita na figura abaixo (e indicada pelas flechas) seria de $m = (165,345 \pm 0,005)\ g$, onde $0,005\ g$ corresponde á incerteza da medida.

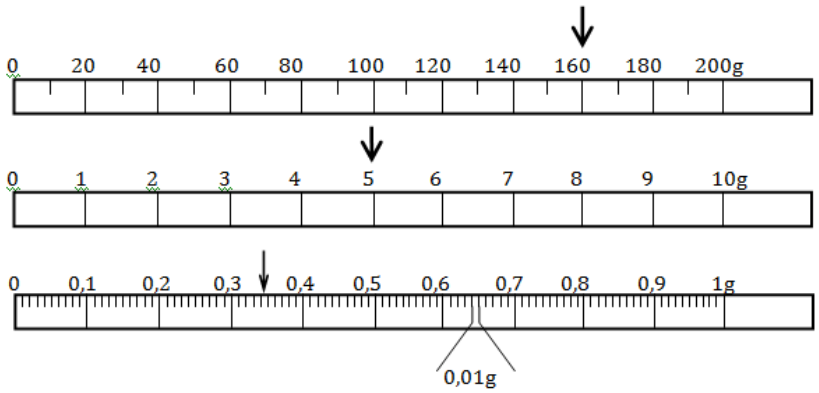



Figura 3 - Balança tri-escala.

**Aparelhos não Analógicos**

***Aparelhos Digitais***

Os aparelhos digitais não permitem que o erro de escala seja avaliado: o algarismo duvidoso é simplesmente lido no display do aparelho, ou conforme especificado pelo fabricante. Usualmente, o erro corresponde ao menor valor que o aparelho pode medir:

$$\Delta m_{aparelho} = \text{precisão do aparelho}$$

Alguns exemplos de aparelhos digitais são: o cronômetro digital, termômetro digital e multímetro digital.

***Cronômetros Digitais:***

Cronômetros são aparelhos que medem intervalos de tempo e cuja precisão depende do fabricante. Os cronômetros utilizados neste curso apresentam um display digital com intervalos de tempo no formato:

| *XX* | *XX* ' | XX'' | XX''' |
|---|---|---|---|
| horas | minutos | segundos | décimos de segundos |

Portanto, o último dígito de precisão encontra-se na casa dos centésimos de segundo. Assim, o erro de escala deste aparelho corresponde à menor medida que o mesmo pode fazer, ou seja:

$$\Delta m_{aparelho} = 0,01 s$$

Desta forma, um exemplo de leitura com display indicando 0201 significa (2,01 ± 0,01) s.

Obs: Lembre-se quando o cronômetro for acionado manualmente, deve ser incluído também o tempo de reação humano, que é de aproximadamente 0,1 s para cada acionamento.

***Multímetro***

Multímetros digitais são aparelhos que medem várias grandezas elétricas, como: resistência, tensão, corrente, capacitância, indutância, tensões de junções de diodos e de transistores, etc. Os multímetros apresentam um *display* digital e várias escalas para cada função, que podem ser selecionadas por um cursor. Para perfeita utilização.

Para o caso do multímetro, existem duas fontes de erro possíveis:

a) O último algarismo (z) pode flutuar em torno do valor mais estável e neste caso a incerteza devido à flutuação é calculada, estimando-se a flutuação média em torno do valor mais provável do último algarismo, da seguinte forma:

$$\Delta x_f = (z_{\max} - z_{\min}) / 2$$

O limite de erro instrumental ( $\Delta x_i$ ) fornecido pelo fabricante que possui a forma:

$$\Delta x_i = a\%\ \textit{da leitura} + b\ \textit{dígitos no último}\ \text{algarismo}$$

A incerteza absoluta resultante das duas contribuições é:

$$\Delta x = \Delta x_f + \Delta x_i$$

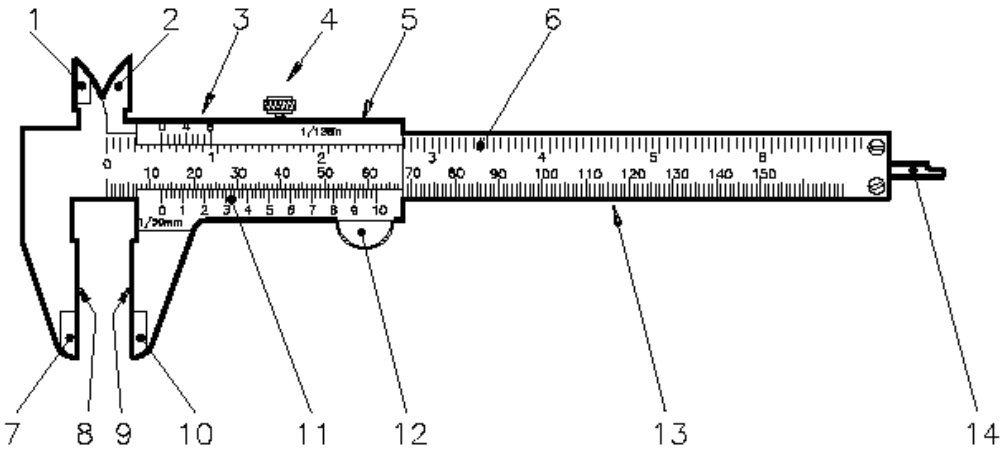
Como exemplo, se uma leitura mais estável no amperímetro foi 33,04 mA e flutuou entre 33,02 e 33,05 mA na escala de 200 mA, que por sua vez, possui uma incerteza de 0,05% da leitura + 2 dígitos, então:

$$\Delta x_f = (0,05 - 0,02) / 2 = 0,015$$
$$\Delta x_i = 0,0005 \cdot 33,03 + 0,02 = 0.036515$$
$$\Delta x = 0,015 + 0.036515 = 0,051515 = 0,05$$

O valor da medida é então: $i = 33,04 \pm 0,05\,\text{mA}$.

***Aparelhos com Nônio: O Paquímetro***.

O paquímetro é um instrumento usado para medir as dimensões lineares internas, externas e de profundidade de um corpo. Consiste em uma régua graduada, com encosto fixo, sobre a qual desliza um cursor.




1. Orelha fixa
2. Orelha móvel
3. Nônio ou vernier (polegada)
4. Parafuso de trava
8. Encosto fixo
9. Encosto móvel
10. Bico móvel
11. Nônio ou vernier (milímetro)
12. Impulsor

Figura 4 - Paquímetro.

O cursor ajusta-se à régua e permite sua livre movimentação, com um mínimo de folga. Para muitas medidas com escalas graduadas é desejável estimar-se uma fração da menor divisão das mesmas. Existe um dispositivo que aumenta a precisão desta estimativa: o nônio ou vernier (acoplado ao cursor). Esta escala especial foi criada por Pierre Vernier (1580-1637), para obter medidas lineares menores que a menor divisão de uma escala graduada.

O nônio ou vernier nos permite efetuar a leitura de uma fração da menor divisão de uma régua ou escala graduada. Ele é constituído de uma pequena escala com $N$ divisões de valores conhecidos, que se move ao longo da régua principal, porém relacionam-se entre si de uma maneira simples. Por exemplo, considere um paquímetro possuindo um nônio com $N$ = 10 divisões que correspondem, em comprimento, a 9 divisões da escala principal. Cada divisão do nônio é mais curta que a divisão da escala principal de $\frac{1}{N}$ da divisão desta escala.

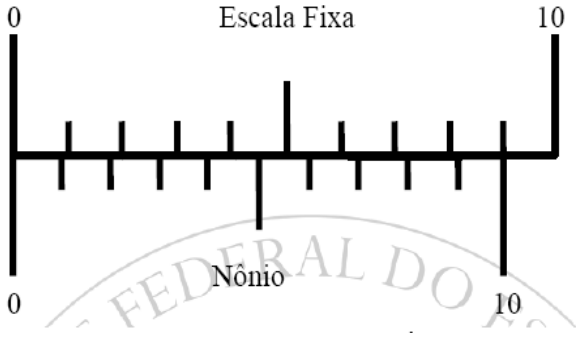



Figura 5 - Representação do Nônio.

Neste caso, a primeira divisão do nônio é $\frac{1}{10}$ mais curta que a divisão da escala principal. A segunda divisão do nônio está a $\frac{2}{10}$ de divisão a esquerda da próxima marca da escala principal, e assim por diante, até a décima marca do nônio coincida com a nona marca da escala principal. Se a escala Vernier é movida para a direita até que uma marca sua coincida com uma marca da escala principal, o número de décimos de divisões da escala principal que a escala do nônio se deslocou é o número de divisões do nônio, ***n***, contadas a partir de sua marca zero até a marca do nônio que coincidiu com uma marca qualquer da régua principal. Um exemplo de leitura é mostrado na figura abaixo, na qual o comprimento $l$ corresponde a $(12,4 \pm 0,1)\ mm$, onde neste caso, a incerteza do aparelho corresponde à precisão do mesmo.

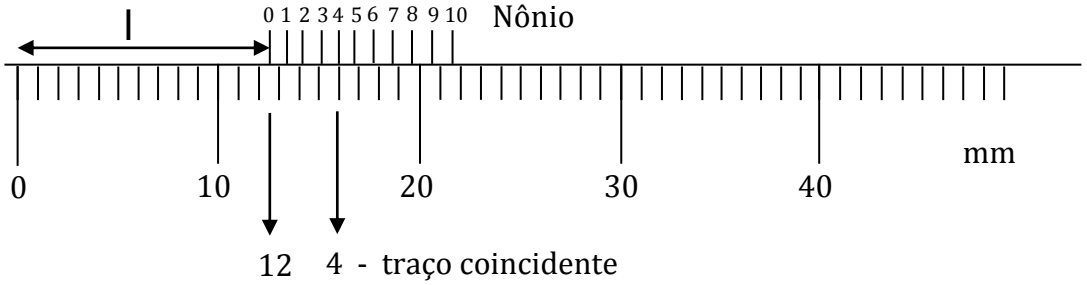



Figura 6- Exemplos de medidas utilizando um paquímetro.

Para se obter bons resultados na medição:

1. O contato dos encostos com as superfícies do objeto deve ser suave. Exageros na pressão do impulsor podem danificar o objeto e resultar em medidas falsas.
2. Manter a posição correta do paquímetro relativamente ao objeto. Inclinações do instrumento alteram as medidas.
3. Antes de efetuar as medições, limpar as superfícies dos encostos e as faces de contato do objeto.
4. Medir o objeto a temperatura ambiente. As possíveis dilatações térmicas acarretam erros sistemáticos.

Ao fazer a leitura, orientar a visão na direção dos traços e perpendicular a linha longitudinal do instrumento.

Em nosso laboratório o paquímetro possui um nônio com $N$ = 20 divisões que correspondem, em comprimento, a 39 divisões da escala principal. A precisão do mesmo é de 0,05 m, que corresponde ao valor da incerteza.

**Exercício em Grupo: Medidas de Densidade Superficial**

*Materiais: Folha, Régua, Paquímetro e Balança.*

1. Densidade superficial de uma folha.

a) Cada aluno do grupo deve medir, utilizando uma régua milimetrada, as dimensões $L_1$ e $L_2$ da folha;

b) Fazer a média das medidas de $L_1$ e $L_2$ , com seus respectivos erros totais $\Delta L_1$ e $\Delta L_2$ ;

c) Determinar a área média (A) da folha, com sua incerteza $\Delta A$.

d) Cada aluno do grupo deve medir a massa da folha com a balança;

e) Fazer a média das medidas da massa (m) da folha e obter a incerteza total ( $\Delta m$ );

f) Obter a densidade superficial da folha ($\rho$), com a respectiva incerteza ( $\Delta\rho$ ).

2. Repetir as medidas do item 1, com o paquímetro.

3. Comparar a densidade superficial média da folha (com sua respectiva incerteza total) obtida utilizando a régua milimetrada e o paquímetro.

Use as tabelas abaixo para expressar as medidas e os cálculos:

Medidas da densidade superficial ($\rho$) da folha:

| Régua | | Paquímetro | | Balança |
|---|---|---|---|---|
| $L_1$ (cm) | $L_2$ (cm) | $L_1$ (cm) | $L_2$ (cm) | $m$ (g) |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Cálculos:

| Tipos de cálculos | Régua | | Paquímetro | | Balança |
|---|---|---|---|---|---|
| | $L_1$ (cm) | $L_2$ (cm) | $L_1$ (cm) | $L_2$ (cm) | $m$ (g) |
| Valor médio | | | | | |
| Incerteza absoluta | | | | | |
| Desvio Padrão | | | | | |
| Incerteza Total* | | | | | |

A incerteza devido aos erros aleatórios deve ser escolhida entre a incerteza absoluta ou desvio padrão.

Resultados finais:

| Régua | | Paquímetro | |
|---|---|---|---|
| $A$ (cm$^2$) | $\Delta A$ (cm$^2$) | $A$ (cm$^2$) | $\Delta A$ (cm$^2$) |
| | | | |
| $\Delta$(cm$^2$) | $\Delta\rho$ (g/cm$^2$) | $\Delta$(cm$^2$) | $\Delta\rho$ (g/cm$^2$) |
| | | | |

# 4. Gráficos

## Introdução

Um gráfico é uma curva que mostra a relação entre duas variáveis medidas. Quando, em um fenômeno físico, duas grandezas estão relacionadas entre si o gráfico dá uma ideia clara de como a variação de uma das quantidades afeta a outra.

Assim, um gráfico bem feito pode ser a melhor forma de apresentar os dados experimentais. Ao realizarmos uma medida sugere-se colocar num gráfico todos os pontos experimentais e traçar curvas que se ajustem o mais aproximadamente possível a esses pontos. A forma dessas curvas pode auxiliar o experimentador a verificar a existência de leis físicas ou leva-lo a sugerir outras leis não previamente conhecidas.

Muitas vezes nos defrontaremos com o problema de encontrar uma função que descreva apropriadamente a dependência entre duas grandezas medidas no laboratório. Algumas das curvas mais comuns são: a reta, parábolas, exponenciais, senóides, etc.

## Construção de Gráficos

Há algumas regras básicas que devem ser seguidas na construção de gráficos:

1. Colocar um título, especificando o fenômeno físico em estudo, que relaciona as grandezas medidas;
2. Escrever nos eixos coordenados as grandezas representadas, com suas respectivas unidades. A escala deve conter a informação do número de algarismos significativos das medidas. No eixo horizontal (abscissa) é lançada a *variável independente*, isto é, a variável cujos valores são escolhidos pelo experimentador, e no eixo vertical é lançada a *variável dependente*, ou seja, aquela obtida em função da primeira;
3. Em geral, a relação de aspecto (altura/largura) deve ser menor do que 1, pois o gráfico será de mais fácil leitura (por esta razão é que a tela de cinema e a da televisão tem relação de aspecto menor do que 1);
4. Se possível cada eixo deve começar em zero;
5. Escolher escalas convenientes tais que facilitem tanto a construção quanto a leitura dos gráficos. A escala deve ser simples e sugere-se adotar valores múltiplos ou submúltiplos de números inteiros;
6. A escala adotada num eixo não precisa ser igual à do outro;
7. Escolher escalas tais que a curva cubra aproximadamente toda a folha disponível do papel do gráfico;
8. Deve-se ter o cuidado de nunca assinalar na escala as coordenadas dos dados experimentais;
9. Marque cada um dos pontos do gráfico, cuidadosamente e claramente, escolhendo para isto um símbolo adequado e de tamanho facilmente visível (por exemplo, um círculo ou um quadradinho) com um pontinho no centro. Nunca marque os pontos apenas com um pontinho do lápis;

10. Marque claramente as barras de erro em cada ponto. Se o erro for muito pequeno para aparecer na escala escolhida anote ao lado: as barras de erro são muito pequenas para aparecer na figura.

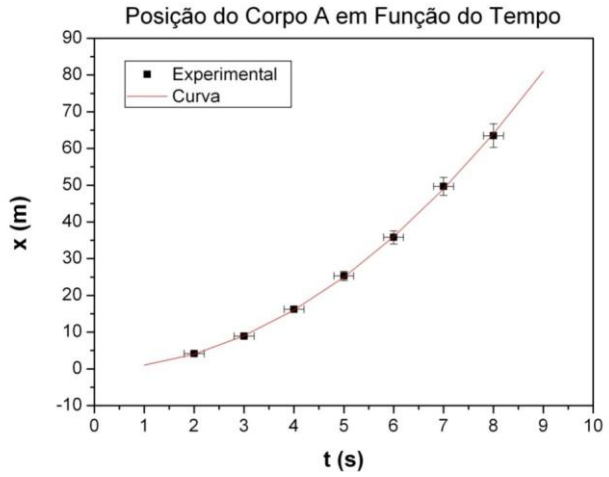



Figura 7 – Gráfico mostrando os dados experimentais e a curva traçada**.**

Quando todos os pontos experimentais já estiverem marcados no gráfico, resta traçar a curva. Esta não precisa passar sobre todos os pontos; de fato, é possível que a curva não passe por nenhum ponto do gráfico. Sendo assim, não é necessário que a curva tenha início no primeiro e termine no último ponto experimental. A figura 7 mostra um exemplo de dados experimentais cuja dependência é caracterizada por uma parábola. Os quadrados (▪) representam os dados experimentais e sua dispersão é devida aos erros cometidos durante a experiência. A linha contínua representa a curva que melhor descreve a dependência quadrática da grandeza x com a grandeza y.

**Gráficos e Equações Lineares**

A seguir trataremos apenas de grandezas físicas (x e y) relacionadas por uma função y = f(x) = $ax + b$, com a e b constantes, onde $a$ é o coeficiente angular e $b$ é o coeficiente linear.

O coeficiente angular corresponde à inclinação da reta, ou seja, $a = \Delta y / \Delta x$, enquanto que o coeficiente linear $b$ é obtido pela interseção da reta com o eixo y (veja Figura 8).

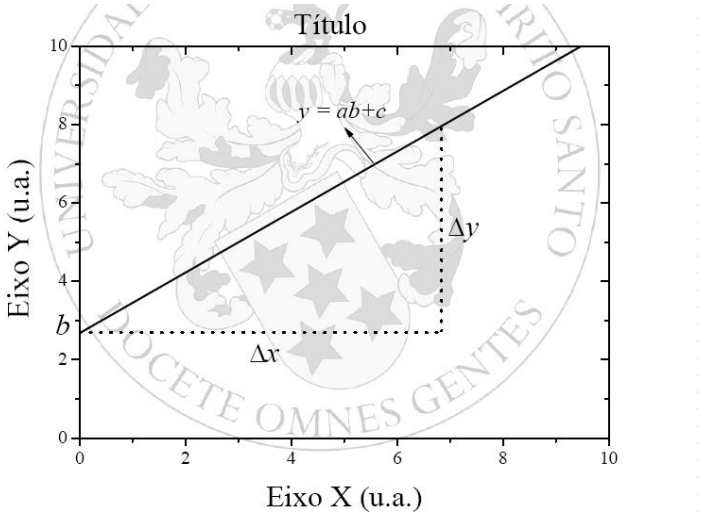



Figura 8 – Determinação dos coeficientes a e b da curva y.

Alguns exemplos típicos são:

***Movimento Retilíneo Uniforme (MRU):***

Neste caso têm-se duas grandezas físicas (posição x e tempo t) relacionadas pela função linear:

$$x = v_0 t + x_0 \ ,$$

onde $v_0$ é a velocidade do corpo (constante) e $x_0$ sua posição inicial. Portanto, lançando num gráfico os pontos medidos de $t$ (no eixo x) e $x$ (no eixo y), conforme a Figura 9, teremos o coeficiente angular correspondente a $v_0$ e o coeficiente linear a $x_0$.

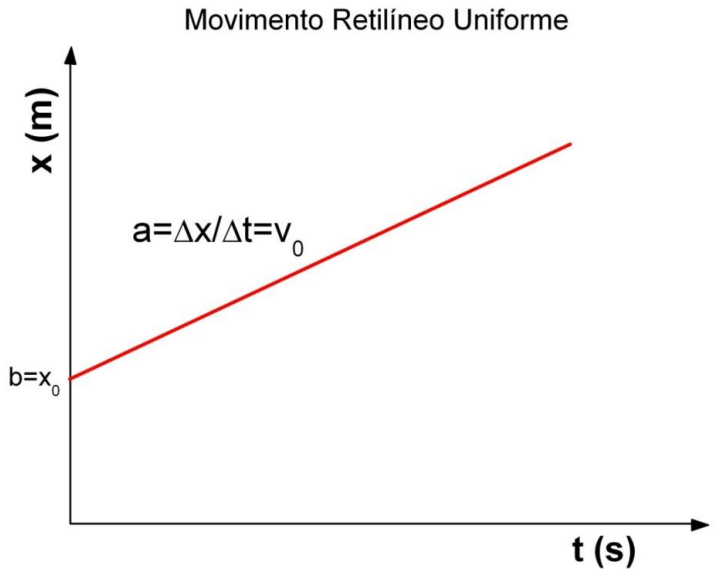



Figura 9 – Exemplo de gráfico do movimento retilíneo uniforme.

***Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV):***

Neste tipo de movimento temos duas grandezas físicas: tempo $t$ e velocidade $v$ de um corpo sujeito a uma aceleração constante $a$, descrito pela função:

$$v = at + v_0$$

Neste caso, a construção de uma reta com eixo x correspondendo ao tempo $t$ e a velocidade $v$ ao eixo y, implicará que os coeficientes angular e linear fornecerão os valores da aceleração $a$ e da velocidade inicial $v_0$ do movimento, respectivamente.

A seguir, descreveremos dois métodos que nos permitem determinar estes coeficientes a partir dos dados experimentais.

## Métodos de Determinação dos Coeficientes a e b

Conforme já foi mencionado, será comum em laboratório nos defrontarmos com medidas de grandezas correlacionadas com as quais não temos uma relação estabelecida. Nestes casos quase sempre a primeira atitude é buscar através de gráficos uma lei simples ligando uma

grandeza à outra. Aqui apresentaremos dois métodos para determinar esta relação no caso de uma dependência linear, a partir de dados experimentais.

***Método Gráfico***

Este método permite estimar os parâmetros de uma reta e é recomendado quando não se dispõe de calculadora ou computador para realização de cálculos. As únicas ferramentas necessárias são: um lápis (ou caneta) e uma régua (de preferência transparente).

Para ilustrar o método, consideremos os dados representados na figura 10.

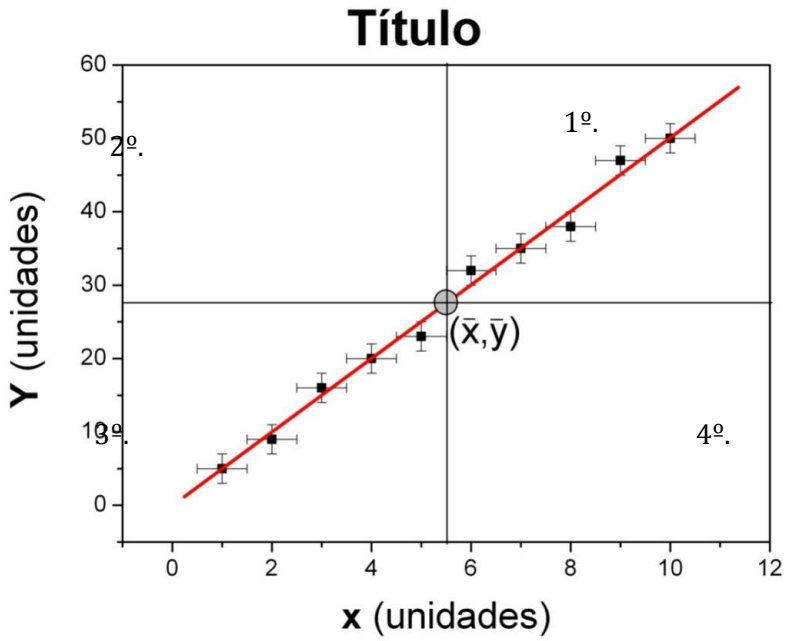



Figura 10 – Pontos experimentais e reta média**.**

Siga os passos abaixo:

1. Estime o centro de gravidade dos pontos $(\bar{x},\bar{y})$, onde $\bar{x}=(x_{\min}+x_{\max})/2$ e $\bar{y}=(y_{\min}+y_{\max})/2$. Os índices *min* e *max* referem-se aos valores mínimos e máximos de $x$ e $y$ medidos. As retas, vertical e horizontal, que passam por este ponto divide o gráfico em quatro quadrantes. No exemplo da figura 10, os dados estão metade no quadrante 1 e metade no quadrante 3.
2. Coloque a ponta do lápis no ponto $(\bar{x},\bar{y})$ e apoie a régua no lápis.
3. Gire a régua em torno do ponto $(\bar{x},\bar{y})$ até que 50% dos pontos **de cada quadrante** estejam por cima, e 50% abaixo da régua. (Note que mais de uma reta satisfazem esta condição e você deve escolher uma média.) Trace a **reta média**. A reta não necessariamente precisa passar por todos os pontos e nem pelos pontos iniciais e finais. A equação desta reta será:

$$y = mx + b$$

***Coeficiente Angular (m) e Linear (b) da Reta Média***

Para avaliar o coeficiente angular da reta média escolha dois pontos sobre a reta, como sugerido na figura 11 (pontos P e Q).

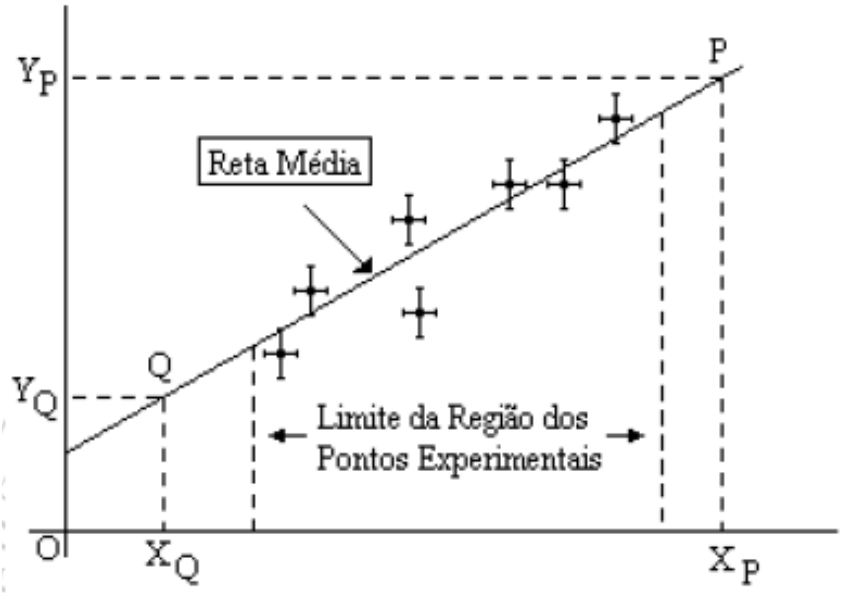



Figura 11 – Determinação do coeficiente angular da reta média.

Os pontos P e Q não são pontos experimentais e devem ser escolhidos em uma posição fora da região delimitada pelos dados experimentais. O coeficiente angular da reta será dado por:

$$m = \frac{Y_P - Y_Q}{X_P - X_Q}$$

O coeficiente linear (b), por sua vez, permanece, sendo, simplesmente, o ponto em que a reta toca o eixo y.

## Incertezas dos coeficientes das retas médias

***Método Gráfico***

Para estimar a incerteza no coeficiente angular da reta média, considere as duas diagonais do quadrilátero ABCD como mostra a figura 12. Para obter os segmentos de reta AB e CD proceda da seguinte forma. Assinale em cada janela de incerteza, o vértice mais distante da reta média. Esse procedimento vai gerar um conjunto de pontos acima e abaixo da reta média. O conjunto de pontos que ficou acima permite traçar uma reta média auxiliar e determinar o segmento AB pela interseção desta reta com as verticais que passam por $X_i$ e $X_f$. O segmento CD é obtido de forma análoga.

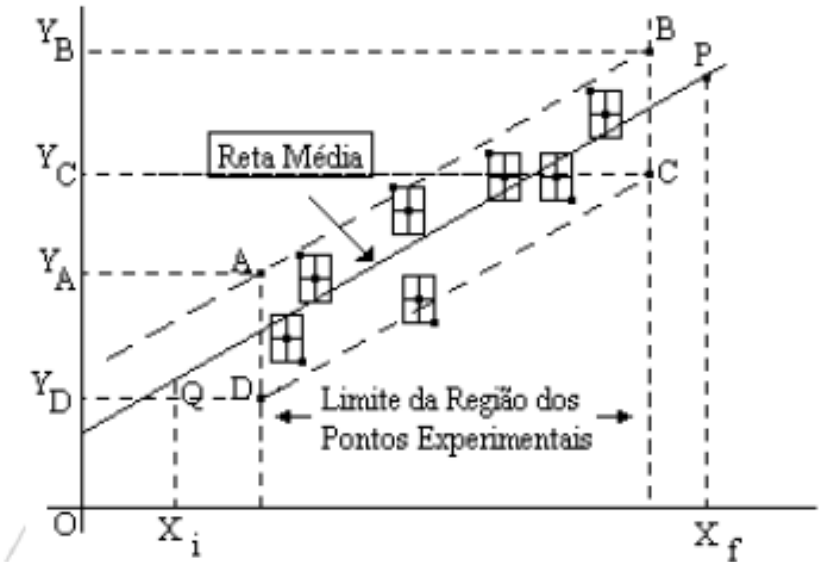



Figura 12 – Procedimento gráfico para obtenção dos coeficientes da reta média.

Então é possível calcular $\pm m\ e \pm b$, a partir das duas diagonais do quadrilátero ABCD:

$$\pm\Delta m = \pm\frac{(m_{\max} - m_{\min})}{2}\ e$$

$$\pm\Delta b = \pm\frac{(b_{\max} - b_{\min})}{2}$$

onde $m_{max} = (Y_B - Y_D)/(X_f - X_i)$ e $m_{min} = (Y_C - Y_A)/(X_f - X_i)$; $b_{max}$ e $b_{min}$ são as extrapolações das duas diagonais até o eixo y.

***Método dos Mínimos Quadrados***

O ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados é importante, pois ao contrário do método gráfico, é independente da avaliação do experimentador.

Este método consiste em minimizar o erro quadrático médio (S) das medidas. Considere então um conjunto de N medidas $(x_i, y_i)$, com $i$ assumindo valores inteiros desde 1 até N. S é definido como:

$$S = \sum_{i=1}^{N}\Delta S_i = \sum_{i=1}^{N}(y - y_i)^2\ ,$$

onde y é o valor da curva ajustada (y=ax+b). O objetivo é somar os $\Delta S_i$ das N medidas e traçar uma reta que torne a soma dos $\Delta S_i$ mínima. Matematicamente isso corresponde a $\frac{\partial S}{\partial a} = 0$ e $\frac{\partial S}{\partial b} = 0$. É razoável acreditar que para que isso aconteça a reta desejada deve passar entre todos os pontos experimentais. Destas duas expressões extraímos os valores dos parâmetros $a$ e $b$. O resultado é:

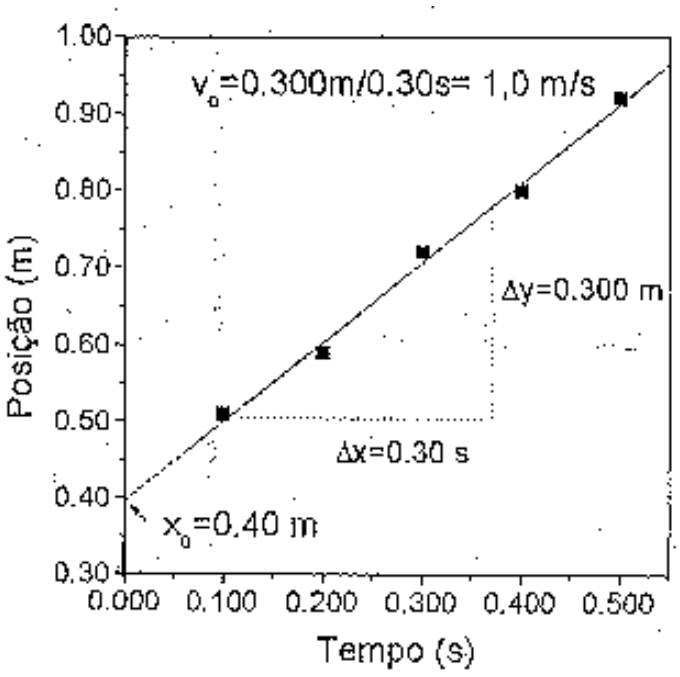
$$a = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2} \quad \text{e} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \sum_{i=1}^{N} x_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2},$$

onde usou-se a notação de somatório: $\sum_{i=1}^{N} x_i = x_1 + x_2 + ... + x_N$ .

## Exemplo de Determinação dos Coeficientes Angular e Linear

Considere uma medida de movimento retilíneo uniforme efetuado por um carrinho no laboratório. Foram medidos tanto sua posição $x$ (em metros) quanto o tempo t (em segundos) e os resultados estão conforme a tabela abaixo. Construa o gráfico que representa o movimento e determine a velocidade e a posição inicial do carrinho usando o método dos mínimos quadrados e o método gráfico.

| X tempo (s) | Y posição (m) |
|---|---|
| 0.100 | 0.51 |
| 0.200 | 0.59 |
| 0.300 | 0.72 |
| 0.400 | 0.80 |
| 0.500 | 0.92 |




Para usarmos o método dos mínimos quadrados, sugere-se a construção de uma tabela, conforme indicado abaixo, lembrando qu aqui o eixo x corresponde ao tempo t e o eixo y, à posição x:

| x(s) | y(m) | xy | $x^2$ |
|---|---|---|---|
| 0,100 | 0,51 | 0,051 | 0,0100 |
| 0,200 | 0,59 | 0,12 | 0,0400 |
| 0,300 | 0,72 | 0,22 | 0,0900 |
| 0,400 | 0,80 | 0,32 | 0,160 |
| 0,500 | 0,92 | 0,46 | 0,250 |
| $\Sigma$ x = 1,500 | $\Sigma$ y = 3,54 | $\Sigma$ xy=1,17 | $\Sigma x^2$ = 0,550 |

Com esses resultados, basta substituir os valores nas fórmulas para $a$ e $b$ e lembrar que neste caso temos N = 5 medidas:

$$a = \frac{5x1,17 - 1,500x3,54}{5x0,550 - (1,500)^2} = \frac{0,54}{0,50} = 1,08\,m/s = 1,1\,m/s$$

$$b = \frac{(0,550x3,54 - 1,17x1,500)}{5x0,550 - (1,500)^2} = \frac{0,20}{0,50} = 0,40\,m$$

Portanto, temos $v_0$ = 1,1m/s e $x_0$ = 0,40m.

Para construir a curva, basta atribuir pelo menos dois valores para $t$ e encontrar os correspondentes $x$. Verifica-se que $\bar{x}$ = 0,30s e $\bar{y}$ = 0,71m. Com este centro de gravidade determina-se conforme a figura anterior os valores $v_0$ = 1,0m/s e $x_0$ = 0,40m. Observe a concordância dos dois métodos.

## Exercícios

1) Na Tabela abaixo estão apresentadas as posições sucessivas de um certo objeto, em movimento retilíneo e uniforme.

| Tempo(s) ± 0,01 | 0,14 | 0,20 | 0,32 | 0,44 | 0,52 | 0,64 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Posição (mm) ± 4 | 879 | 895 | 919 | 949 | 964 | 970 |

Marque os pontos em papel milimetrada, trace a reta média e obtenha a velocidade do objeto. A seguir desenhe as barras de incerteza e obtenha $v \pm \Delta v$ pelo método gráfico.

Obs: As barras de erro ou incerteza indicam a faixa de valores prováveis para a grandeza medida.

2) Estudando o movimento de um carrinho, efetuado ao longo de um trilho de ar (movimento retilíneo uniforme) obteve-se os seguintes dados experimentais, após:

| Posição (mm) | $t_1$ (s) | $t_2$ (s) | $t_3$ (s) | $t_4$ (s) | $t_5$ (s) |
|---|---|---|---|---|---|
| 879 | 0,1400 | 0,1500 | 0,1400 | 0,1200 | 0,1200 |
| 895 | 0,2000 | 0,2200 | 0,2400 | 0,2500 | 0,2000 |
| 919 | 0,3200 | 0,3300 | 0,2900 | 0,3400 | 0,3300 |
| 949 | 0,4400 | 0,4500 | 0,4600 | 0,4600 | 0,4500 |
| 964 | 0,5200 | 0,5200 | 0,5100 | 0,5300 | 0,5900 |
| 970 | 0,6400 | 0,7200 | 0,7000 | 0,6900 | 0,6000 |

Acima uma posição para o sensor de medida no trilho foi escolhida e então mediu-se o tempo gasto pelo carrinho para atingi-lo. Esta medida foi feita 5 vezes, correspondendo aos valores $t_1$, $t_2$, $t_3$, $t_4$ e $t_5$. Em seguida repetiu-se o procedimento para outras 5 posições do sensor ao longo do trilho.

Determine utilizando o método dos mínimos quadrados a velocidade do carrinho e sua posição inicial com os erros associados.

# 5. Primeira Sequência de Experiências

## Experiência 1: Estudo de Cinemática Utilizando Colchão de Ar

### Objetivos

- ✓ Reconhecer o movimento retilíneo uniforme (MRU) e o uniformemente variado (MRUV);
- ✓ Obter a velocidade média de um corpo em movimento retilíneo de translação a partir do gráfico de distância percorrida em função do tempo;
- ✓ Obter a aceleração média de um corpo em movimento retilíneo de translação a partir do gráfico da velocidade em função do tempo;
- ✓ Entender a diferença experimental entre medidas instantâneas e médias.

### Materiais Necessários

- ✓ Um colchão de ar com elevação através de fuso milimétrico;
- ✓ Um carro com imã, haste e mola com suporte na cabeceira esquerda;
- ✓ Quatro massas acopláveis de 0,5 N;
- ✓ Um computador para ser utilizado como cronômetro digital;
- ✓ Dois sensores fotoelétricos.

### Procedimento Experimental

***Parte 1 – MRU***

1. Para os procedimentos experimentais de 2 a 15, observe a Figura 1.
2. Cuidado: Não arraste o carro sobre o trilho com o colchão de ar desligado.
3. Com o colchão de ar sem inclinação, colocar o imã na extremidade direita do carro e 04 pesos de 50 N sobre este, conforme Figura 1.
4. Coloque a extremidade esquerda do carro sobre a posição 250 mm da escala (800 mm na escala do outro lado). O primeiro sensor deve ser posicionado de forma a que a sombra da haste lateral do carro esteja sobre o buraco do mesmo, quando o carro se encontrar na posição descrita.
5. Coloque a extremidade esquerda do carro sobre a posição 300 mm da escala. Utilize a sombra da haste lateral do mesmo para posicionar o segundo sensor. Determine a incerteza na medida da posição por este método.
6. Ligue o colchão de ar e verifique se o fluxo de ar é suficiente para eliminar o atrito entre o carrinho e o trilho, se não, regule com cuidado a bomba de ar.

7. Use o medidor de nível para verificar se o trilho está nivelado, se não, realize os ajustes necessários.

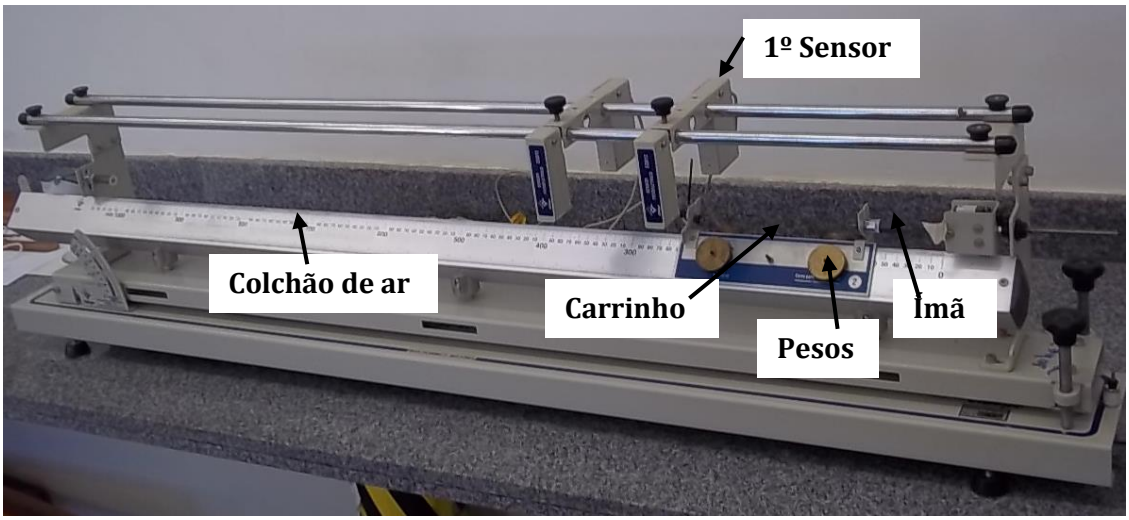



Figura 1 – Montagem experimental do colchão de ar.

8. Posicione o carro de forma a que o imã em sua extremidade direita fique encostado exatamente no centro da bobina posicionada na extremidade direita do trilho. Quando solto nesta posição o carro não deve se mover.
9. Um dos integrantes do grupo deve posicionar-se junto ao computador e colocar o cronômetro do experimento para funcionar.
10. Dispare o carro da posição anterior usando o botão de acionamento da bobina. Verifique se o carro não está "pulando" ao ser lançado pela bobina, se o movimento não for horizontal desde o inicio chame o professor.
11. Anote o tempo que o carro levou para percorrer a distância entre os sensores.
12. Após o carro chegar ao outro lado do colchão, pare o movimento e retire o carro.
13. Repita os procedimentos 3 até 11, quatro vezes, anote os tempos obtidos na Tabela 1. O desvio padrão destas medições será adotado como a incerteza no tempo.
14. Mova o segundo sensor 50 mm na escala (para 350 mm). Repita os procedimentos 8 a 13 para esta nova distância, depois aumente a distância mais 50 mm ... repita até que a posição final do segundo cursor seja de 600 mm.
15. Anote os valores obtidos na Tabela 1.

***Parte 2 – MRUV.***

1. Substitua o imã no carro por um componente metálico, de forma a que a bobina passe a atrair ao invés de repelir o carro. Você também pode optar por segurar o carrinho, no movimento inicial.
2. Incline a rampa em torno de 10 graus. Avalie a incerteza no ângulo medido.
3. Coloque a haste o mais próximo possível do primeiro sensor, no movimento inicial, para garantir que $v_o \sim 0$ m/s. Isto simplificará os cálculos de velocidade instantânea.
4. Refaça as medições em analogia com a parte 1 deste roteiro. Preencha a Tabela 2.

5. Obtenha uma equação para as velocidades instantâneas, utilizando as equações abaixo. Obtenha, deste cálculo, uma expressão para as incertezas nas velocidades. Lembre-se que $v_o \sim 0$ m/s.

$$v = v_0 + a\Delta t$$

$$x = x_0 + v_0\Delta t + \frac{a\Delta t^2}{2}$$

6. Preencha a Tabela 3, passando a unidade de velocidade para m/s.

## Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.
- No MRU obtenha a média das velocidades com incerteza a partir dos valores calculados diretamente da Tabela 1 (calculando os valores de velocidade linha por linha).
- No MRU, faça um gráfico de distância percorrida em função do tempo, utilizando a Tabela 1. Obtenha a velocidade do carro com incerteza.
- No MRUV, faça um gráfico de velocidade em função do tempo utilizando a Tabela 3. Obtenha a aceleração do carro com incerteza.
- Da aceleração calculada a partir do gráfico, obtenha a aceleração da gravidade com incerteza e compare com o valor tabelado na literatura (cite a referência).

## Questões a Serem Abordadas no Relatório

- No MRU, faça uma comparação dos valores de velocidades calculadas através da média e pelo coeficiente angular da reta. Qual deles é mais confiável? Explique.
- No MRUV, foi considerado que $v_0 = 0$ m/s, no início do movimento. Se fizermos esta consideração para $v_0$, o cálculo da aceleração do carro será afetada por algum erro? Justifique sua resposta no relatório.
- É possível determinar se a aceleração foi mesmo constante nos dois casos? Demonstre que sim ou que não. Obs: Aceleração constante igual a zero ainda é aceleração constante.

**FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS**

**Experiência 1: Estudo de Cinemática Utilizando Colchão de Ar**

Tabela 1 – Distâncias percorridas, tempos médios e desvios no MRU.

| Distância (mm) | Tempo 1 | Tempo 2 | Tempo 3 | Tempo 4 | Média | Desvio |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 ± _____ | | | | | | |
| 100 ± _____ | | | | | | |
| 150 ± _____ | | | | | | |
| 200 ± _____ | | | | | | |
| 250 ± _____ | | | | | | |
| 300 ± _____ | | | | | | |
| 350 ± _____ | | | | | | |
| 400 ± _____ | | | | | | |
| 450 ± _____ | | | | | | |
| 500 ± _____ | | | | | | |
| 550 ± _____ | | | | | | |
| 600 ± _____ | | | | | | |

Tabela 2 – Distâncias percorridas, tempos médios e desvios no MRUV.

| Distância (mm) | Tempo 1 | Tempo 2 | Tempo 3 | Tempo 4 | Média | Desvio |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 ± _____ | | | | | | |
| 100 ± _____ | | | | | | |
| 125 ± _____ | | | | | | |
| 150 ± _____ | | | | | | |
| 200 ± _____ | | | | | | |
| 225 ± _____ | | | | | | |
| 250 ± _____ | | | | | | |
| 300 ± _____ | | | | | | |
| 325± _____ | | | | | | |
| 350 ± _____ | | | | | | |
| 400 ± _____ | | | | | | |
| 450 ± _____ | | | | | | |
| 500 ± _____ | | | | | | |
| 525 ± _____ | | | | | | |
| 550 ± _____ | | | | | | |
| 600 ± _____ | | | | | | |

Tabela 3 – Valores calculados da velocidade no MRUV, a partir dos valores de distância e tempo.

| Distância (mm) | Intervalo de Tempo (s) (com incerteza) | Velocidade instantânea no fim do percurso (m/s) (com incerteza) |
|---|---|---|
| 50 ± _____ | | |
| 100 ± _____ | | |
| 125 ± _____ | | |
| 150 ± _____ | | |
| 200 ± _____ | | |
| 225 ± _____ | | |
| 250 ± _____ | | |
| 300 ± _____ | | |
| 325± _____ | | |
| 350 ± _____ | | |
| 400 ± _____ | | |
| 450 ± _____ | | |
| 500 ± _____ | | |
| 525 ± _____ | | |
| 550 ± _____ | | |
| 600 ± _____ | | |

# Experiência 2: Forças no Plano Inclinado com Atrito

## Objetivos

- ✓ Reconhecer os efeitos da força motora $P_x$ e de sua equilibrante (tensão, atrito, etc).
- ✓ Reconhecer os efeitos da componente do peso P perpendicular a rampa, $P_y$, e sua equilibrante (força normal N).
- ✓ Determinar a vantagem mecânica $V_m$ da máquina simples, denominada plano inclinado.
- ✓ Saber interpretar o comportamento do atrito no sistema.
- ✓ Determinar o coeficiente de atrito estático de duas superfícies.

## Materiais Necessários

- ✓ Um plano com ajuste de inclinação, com transferidor acoplad, escala de 0 a 45 graus;
- ✓ Duas massas acopláveis de 50 g;
- ✓ Um carrinho com conexão flexível para dinamômetro e indicador da orientação da força peso;
- ✓ Um dinamômetro de 2 N;
- ✓ Um corpo de prova de madeira com uma das faces revestida em material com alto coeficiente de atrito.

## Procedimento Experimental

1. Calibre o dinamômetro para medições na posição vertical. Avalie a incerteza deste instrumento.
2. Pese o sistema carrinho + pesos com o uso do dinamômetro. Anote o valor obtido, bem como a incerteza avaliada.
3. Girando o manípulo do fuso de elevação contínua eleve o plano inclinado até um ângulo de 30 graus. Avalie a incerteza neste ângulo (Figura 1).

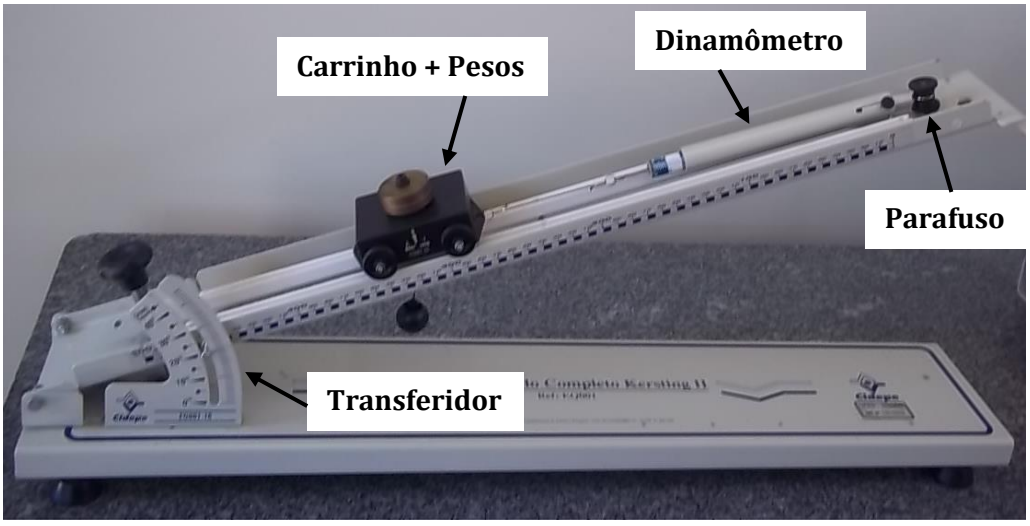



Figura 1- Montagem experimental para o sistema plano inclinado.

4. Calibre o dinamômetro para efetuar medições em um ângulo em torno de 30 graus. Prenda o dinamômetro no parafuso situado na parte superior da rampa do plano inclinado. Observe para que o dinamômetro fique paralelo ao plano inclinado (veja a Figura 1).

5. Prenda o carrinho ao dinamômetro.

6. Realize quatro valores de força medida pelo dinamômetro. Obtenha a média e calcule o desvio padrão. Este valor deverá ser adicionado à incerteza do dinamômetro, para a obtenção da incerteza total.

7. Diminua a inclinação do plano inclinado para 20 graus e repita o procedimento 6.

8. Retire o carro e o dinamômetro da rampa.

9. Use o dinamômetro para medir o peso dos corpos de prova. Lembre-se de calibrá-lo novamente.

10. Diminua a inclinação do plano, até que este fique na horizontal (Figura 2).

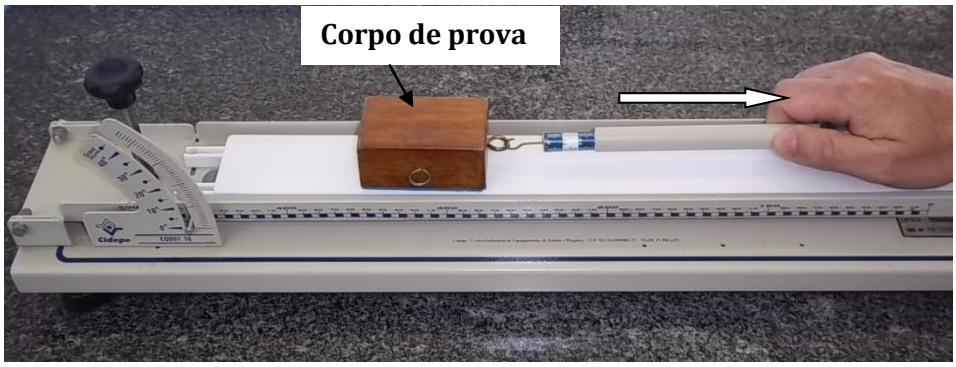



Figura 2 – Montagem experimental para o plano em posição horizontal.

11. Reajuste o zero do dinamômetro para que este trabalhe na posição horizontal.

12. Coloque o corpo de prova sobre o plano. Acople o dinamômetro e aumente lentamente a força, observando e anotando o valor correspondente a iminência de movimento. Esta corresponde à força de atrito estático máxima ($\mathbf{F}_{e\ máx}$). Realize este procedimento para os dois corpos de prova.

13. Desacople o dinamômetro do corpo de prova. Aumente o ângulo de inclinação da rampa, batendo levemente nela em cada grau, até que o corpo de prova comece a se mover lentamente.

14. Retire o corpo, reduza um pouco o ângulo, recoloque o corpo sobre a rampa e verifique se o corpo ainda se move. Caso não se mova aumente o ângulo até ele começar a se mover. Anote este ângulo. Faça isto para os dois corpos de prova.

15. Repita a determinação do ângulo em que o corpo está na iminência de movimento cinco vezes.

16. Preencha a folha de dados experimentais.

## Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.

- Apresente, para cada sistema estudado, um diagrama de forças (com valores e cálculos de incerteza).
- Verifique se a força medida no dinamômetro para o carrinho no plano inclinado de $\theta = 20$ e $30^o$ confere com o valor medido no dinamômetro. Considere os cálculos de incerteza.
- Calcule a vantagem mecânica, V, do plano inclinado [V = Peso/(Força mínima para suspender o carro)], para $\theta = 20$ e $30^o$.
- Calcule os coeficientes de atrito estático dos objetos (corpo de prova) em relação à rampa, utilizando o dinamômetro (com o plano horizontal) e sem o dinamômetro (com o plano inclinado). Inclua cálculos de incerteza.
- O coeficiente de atrito estático é numericamente igual a tangente do ângulo de inclinação da rampa quando o corpo se encontra na iminência de movimento? Por que?

## Questões a serem Abordadas no Relatório

- Faça uma discussão sobre as vantagens e desvantagens do uso de planos inclinados com menor ângulo de inclinação.
- Pesquise sobre a influência da área de contato entre duas superfícies, nos valores de coeficiente de atrito estático e cinético.

**FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS**

**Experiência 2: Equilíbrio entre Forças no Plano Inclinado com Atrito**

Peso do carrinho + massas 50 g, com incerteza = _____

Força medida pelo dinamômetro com o carrinho no plano inclinado.

| Ângulo (o) | Força Medida | | | | Força Média | Desvio | Incerteza |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30,0 ± | | | | | | | |
| 20,0 ± | | | | | | | |

Peso do corpo de prova 1 com incerteza = _____

Peso do corpo de prova 2 com incerteza = _____

Força de atrito estático no plano horizontal.

| Objeto | Medida 1 | Medida 2 | Medida 3 | Medida 4 | Medida 5 | Média | Desvio | Incerteza |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |

Ângulo de Iminência do Movimento (obtido variando o ângulo até que o objeto esteja na iminência de movimento).

| Medições | Superfície Lisa | Superfície Esponjosa |
|---|---|---|
| Medida 1 | | |
| Medida 2 | | |
| Medida 3 | | |
| Medida 4 | | |
| Medida 5 | | |
| Média | | |
| Desvio | | |
| Incerteza | | |

# Experiência 3: Lançamento Horizontal, Conservação da Energia e da Quantidade de Movimento

## Objetivos

- ✓ Identificar corretamente a grandeza alcance em um lançamento horizontal de projétil a partir de uma rampa;
- ✓ Executar corretamente as medidas do alcance com o seu respectivo desvio;
- ✓ Utilizar o princípio de conservação de energia e equações de trajetória, para determinar a velocidade de lançamento de uma esfera (ao abandonar a rampa);
- ✓ Verificar a lei da conservação das quantidades de movimento em colisões frontais e laterais.

## Materiais Necessários

- ✓ Uma rampa com altura regulável e sustentação ajustável para apoio da esfera alvo;
- ✓ Um fio de prumo;
- ✓ Uma esfera metálica maior para lançamento;
- ✓ Uma esfera metálica menor para lançamento;
- ✓ Uma folha de papel carbono;
- ✓ Uma folha de papel de seda;
- ✓ Uma régua milimetrada;

## Procedimento Experimental

### *Parte 1 - Determinação do Alcance de um Projétil*

1. Nivele a base da rampa.
2. Estique primeiramente a folha de papel carbono virada para cima sobre a mesa, depois estique a folha de papel de seda e a prenda por cima do papel carbono;
3. Utilizando o prumo, marque no papel a posição $x_0$, que fica verticalmente abaixo da saída da rampa (veja a Figura 1). Este ponto serve como referência para a medida dos alcances.
4. Meça com uma régua milimetrada a altura (H) do tripé (com incerteza), do tampo da mesa até a saída da rampa. Estime a incerteza e anote o valor na folha de dados.
5. Solte a esfera metálica maior do ponto de desnível 50 mm existente na escala da rampa. Ela percorrerá a canaleta e fará um voo até colidir com o papel carbono. (Fique atento para que a esfera toque somente uma vez sobre o papel).
6. Repita o processo acima em cinco lançamentos. Risque sobre o papel, as posições correspondentes ao máximo ($x_{máx}$) e mínimo ($x_{mín}$) alcance. O valor médio destas duas grandezas fornece o alcance médio da esfera e, a diferença entre elas representa a incerteza nos valores de alcance. Anote os valores obtidos na folha de dados experimentais.

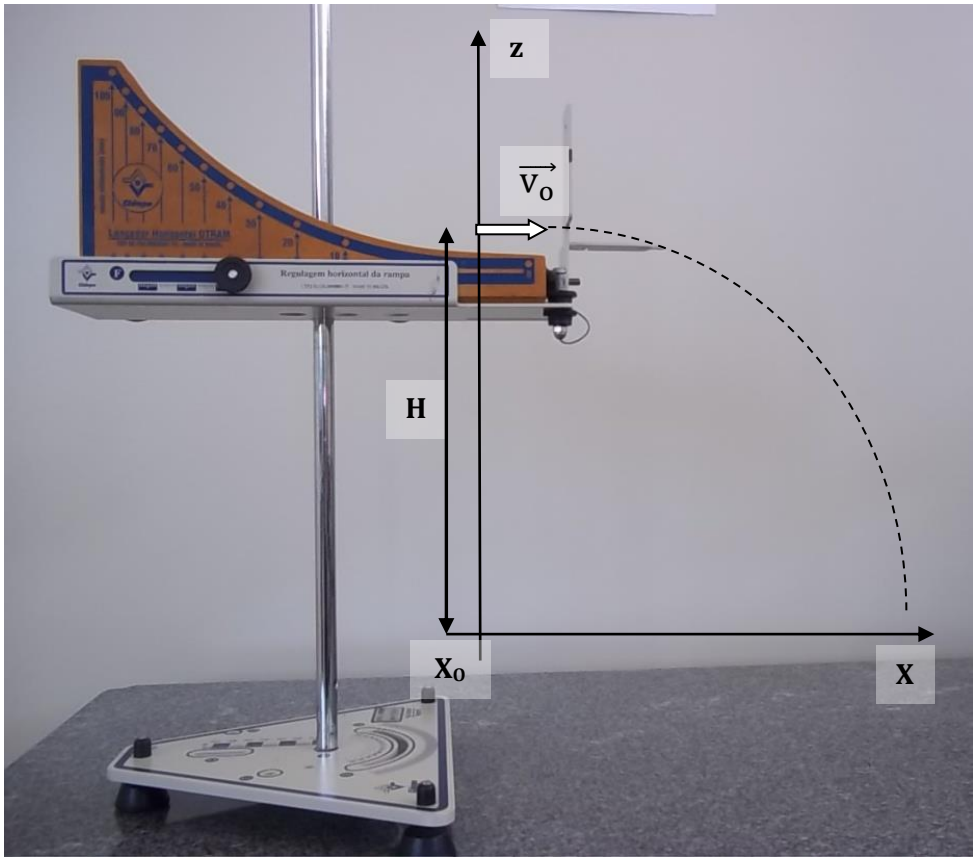



Figura 1 – Montagem experimental para o lançamento horizontal.

7. Caso algum lançamento caia muito distante dos demais, despreze-o e refaça o lançamento.

8. Repita os procedimentos 2 – 7 com os desníveis (h) de 20, 80 e 100 mm avaliando as respectivas incertezas. Anote os valores na folha de dados.

***Parte 2 - Conservação da Quantidade de Movimento numa Colisão Frontal***

1. Meça o peso, com incerteza, da esfera maior ($P_G$) e menor ($P_P$) utilizando o dinamômetro.

2. Observe a ilustração na Figura 2. Coloque a esfera menor sobre o suporte da esfera alvo e regule o sistema para a esfera metálica maior se choque frontalmente com ela ao abandonar a rampa. Faça testes, observando a posição dos alcances na folha de papel.

3. Solte a esfera metálica maior do ponto de desnível 100 mm existente na escala da rampa. Ela percorrerá a canaleta e fará um voo até colidir, primeiro com a esfera menor e depois com o papel carbono.

4. De forma semelhante ao procedimento 6 da parte 1, determine os valores de alcance para a esfera maior ($X_G$) e menor ($X_P$). Anote os valores na folha de dados.

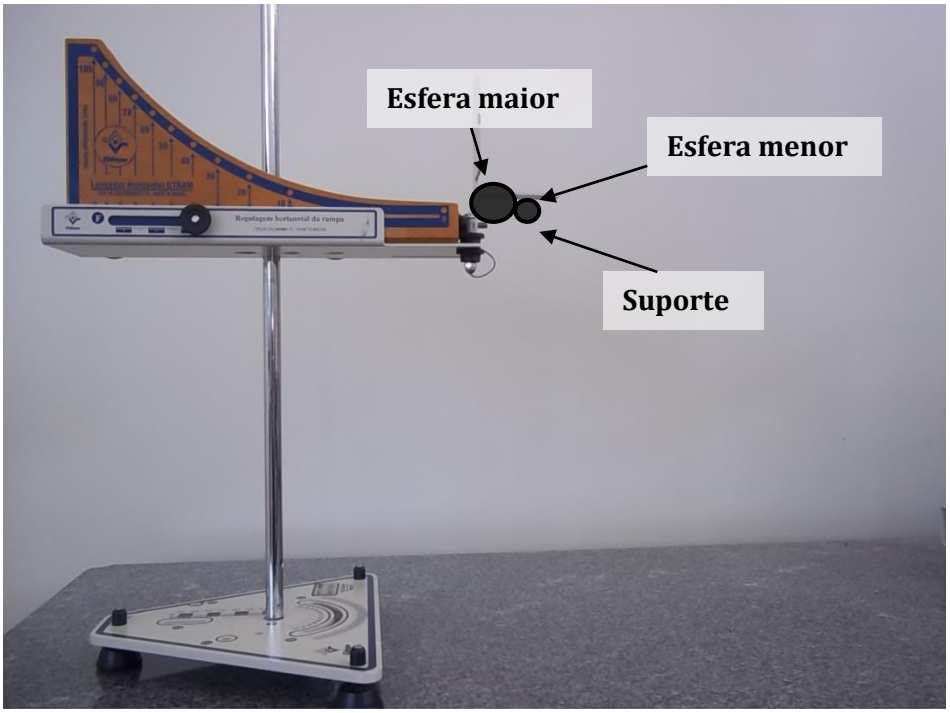



Figura 2 – Montagem experimental para o lançamento horizontal.

***Parte 3 - Conservação da Quantidade do Movimento numa Colisão Lateral***

1. Coloque a esfera metálica menor sobre o suporte da esfera alvo e regule o sistema para que a esfera metálica maior se choque na lateral da esfera menor ao abandonar a rampa.
2. Faça um teste e observe as marcações deixadas pelas esferas no papel. Verifique se a esfera maior não toca o suporte da esfera menor, após a colisão com esta. Se estiver tudo certo, realize mais quatro colisões.
3. Determine o alcance na direção x da esfera maior ($X_G$) e menor ($X_P$) e, na direção y ($Y_G$ e $Y_P$). Anote os valores na folha de dados experimentais. O referencial para a determinação dos alcances em y ($y_0$) pode ser obtido, traçando uma reta média que une as marcações da esfera maior, quando não á colisão.

## Procedimentos e Cálculos a serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.

***Parte 1 - Determinação do Alcance de um Projétil***

- Calcule o módulo do vetor velocidade na saída da rampa usando conservação de energia e as equações das trajetórias. Inclua cálculos de incerteza. Compare os resultados e explique qualquer divergência se houver.
- Existe conservação de energia mecânica neste sistema? Se não, determine qual é a razão da perda de energia e determine sua magnitude para as três alturas das quais a esfera partiu.

***Parte 2 - Para a Colisão Frontal***

- Calcule a quantidade de movimento total das esferas, antes e após a colisão. Inclua os cálculos de incerteza. Houve conservação da quantidade de movimento? Justifique.

  Obs: Não inclua o movimento em z, nos cálculos da quantidade de movimento.

***Parte 3 - Para a Colisão Lateral***

- Calcule a quantidade de movimento total das esferas, antes e após a colisão. Faça isto separadamente, para os movimentos em x e em y. Não inclua o movimento em z, nos cálculos da quantidade de movimento.
- Houve conservação da quantidade de movimento? Justifique.

FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS

**Experiência 3: Lançamento Horizontal, Conservação da Energia e da Quantidade de Movimento**

Altura ($H \pm \Delta H$) = _____

Quadro 1 – Valores medidos de alcance com incerteza.

| Marca na Escala da Rampa (mm) | Alcance Horizontal Médio (**X**) | Incerteza em **X** |
|---|---|---|
| 20 ± _____ | | |
| 50 ± _____ | | |
| 80 ± _____ | | |
| 100 ± _____ | | |

Quadro 2 – Valores medidos de peso das eferas maior e menor.

| $P_G \pm \Delta P_G$ | $P_P \pm \Delta P_P$ |
|---|---|
| | |

Quadro 3 – Valores medidos de alcance horizontal para as esferas maior e menor na colisão frontal.

| | |
|---|---|
| $X_G \pm \Delta X_G$ | |
| $X_P \pm \Delta X_P$ | |

Quadro 4 – valores medidos de alcance, nas direções x e y, das esferas maior e menor na colisão lateral.

| | | |
|---|---|---|
| Esfera Maior | $X_G \pm \Delta X_G$ | |
| | $Y_G \pm \Delta Y_G$ | |
| Esfera Menor | $X_P \pm \Delta X_P$ | |
| | $Y_P \pm \Delta Y_P$ | |

# Experiência 4: Deformações Elásticas e Pêndulo Simples

## Objetivos

- ✓ Calcular a constante elástica de molas helicoidais;
- ✓ Interpretar o gráfico de força em função da elongação de uma mola;
- ✓ Determinar a constante de mola equivalente nas associações em paralelo e em série;
- ✓ Calcular o trabalho realizado por uma força ao distender uma mola helicoidal;
- ✓ Obter a aceleração da gravidade utilizando o pêndulo simples.

## Materiais Necessários

- ✓ Sistema de sustentação principal formado por tripé triangular, haste principal, sapatas niveladoras e pêndulo simples;
- ✓ Duas molas helicoidais;
- ✓ Um dinamômetro e um conjunto de pesos (discos);
- ✓ Um gancho lastro e duas réguas.

## Procedimento Experimental

***Parte 1 – Constantes elásticas de molas individuais, em paralelo e em série***

1. Calibre o dinamômetro para realizar medições na vertical. Meça o valor do peso do gancho lastro ($P_{Gancho}$), bem como dos discos (P1, P2, ...). Não se esqueça de subtrair o peso do gancho, para a obtenção do peso dos discos. Avalie a incerteza nestes valores e anote os resultados na Tabela 1 da folha de dados experimentais.
2. Execute a montagem, conforme a Figura 1, prendendo a régua no aparato experimental e dependurando uma mola na marcação A ou B (indicadas na peça).

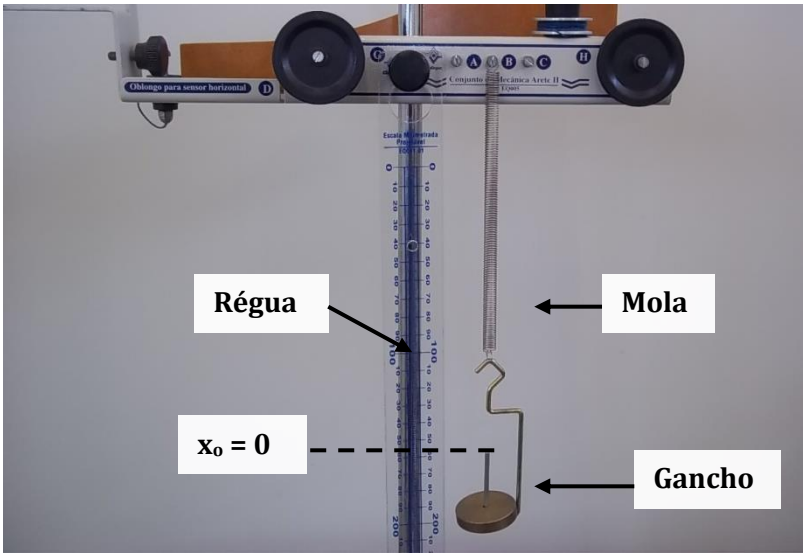



Figura 1 – Montagem experimental para o estudo de deformações elásticas.

3. Coloque o gancho lastro suspenso na mola, considerando a sua posição inicial de equilíbrio como zero. Defina um ponto de referência e assinale-o como zero na escala da régua.
4. Acrescente os pesos medidos, um de cada vez, medindo os valores correspondentes de elongação da mola. Complete a Tabela 1, para a mola de constante $K_1$. Repita este procedimento e complete a Tabela 2, para a mola de constante $K_2$. Inclua incertezas em todos os valores obtidos.
5. Acople as molas em paralelo, conforme a Figura 2 e obtenha valores de elongação correspondentes aos pesos. Complete a Tabela 3.
6. Repita o item anterior para as molas associadas em série. Complete a Tabela 4.

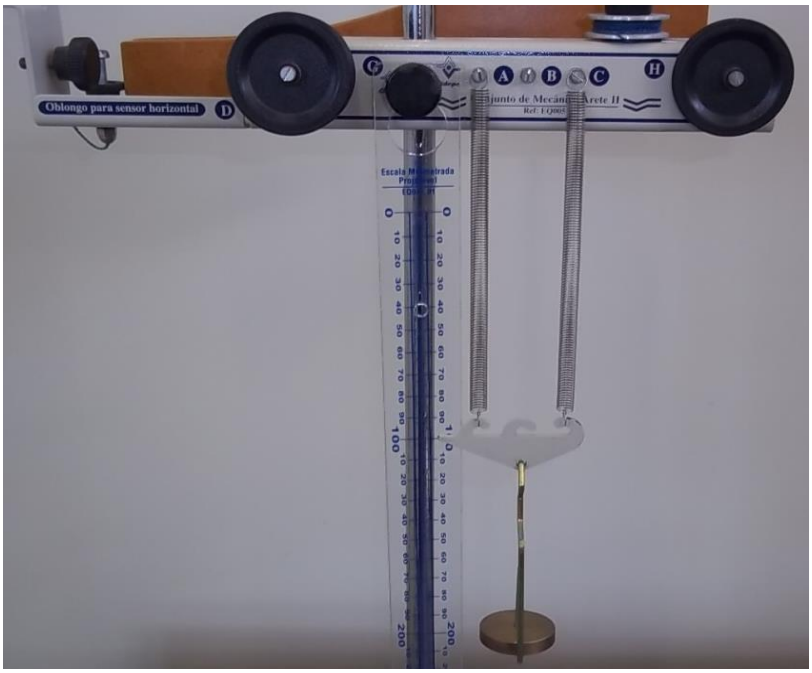



Figura 2 – Montagem experimental para a associação de molas em paralelo.

***Parte 2: Determinação da aceleração da gravidade usando o pêndulo simples***

1. Monte um pêndulo simples prendendo uma massa na ponta da corda fornecida com o equipamento.
2. Estique a corda 30 cm do topo do equipamento ao centro do objeto colocado à oscilar.
3. Estime o valor da incerteza no comprimento do fio ($\Delta L$) e, anote na Tabela 5, o valor de $L \pm \Delta L$ em unidades de metro.
4. Aplique uma pequena força de forma a fazer o sistema massa + corda ter uma oscilação de aproximadamente cinco graus a partir do repouso. Utilize o fato de que um ângulo de cinco graus corresponde a um comprimento de arco de cerca de $0{,}087_x L$, onde L é o comprimento do fio.
5. Deixe o pêndulo oscilar duas vezes, depois meça o tempo necessário para as próximas 10 oscilações e divida por 10 para obter o período médio de uma oscilação. Repita esta medida quatro vezes. Realize algumas destas medidas com pessoas diferentes medindo e marcando o tempo.

6. Desenrole mais a corda, e repita os procedimentos de 3 a 5 para os comprimentos L = 50, 60, 70, 80 e 90 cm. Complete a Tabela 5.

## Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.

***Parte 1 – Constantes elásticas de molas individuais***

- Calcule, linha por linha, nas Tabelas 1 e 2 as constantes elásticas ($K_1$ e $K_2$) das molas 1 e 2 respectivamente. Inclua os cálculos de incerteza.
- Obtenha um valor médio para as constantes K's, com incerteza total. Lembre-se que no cálculo de incerteza, o desvio padrão do valor médio, deve ser somado à incerteza média obtidas dos valores de k's.
- Das Tabelas 1 e 2, faça um gráfico de Peso em função das elongações das molas. Trace as retas auxiliares e obtenha as constantes elásticas $K_1$ e $K_2$ com incerteza.
- Compare os valores de $K_1$ e $K_2$ obtidos pela média e via gráfico. Os valores são equivalentes? Qual dos métodos é mais confiável? Explique.

***Parte 2 – Constantes elásticas de molas em paralelo e série***

- Use as Tabelas 3 e 4 e obtenha, via gráfico, os valores das respectivas constantes elásticas, com incerteza, das molas associadas em paralelo e em série.
- Obtenha as constantes elásticas usando as expressões teóricas para a associação em paralelo, $k_{eq} = k_1 + k_2$, e em série, $k_{eq} = \frac{k_1 k2}{k_1 + k_2}$. Inclua os cálculos de incerteza.
- Faça uma comparação dos valores obtidos via gráfico, com os obtidos usando as expressões teóricas. Os valores coincidem? Justifique.

***Parte 3: Determinação da aceleração da gravidade usando o pêndulo simples***

- Da Tabela 5, faça um gráfico de $\sqrt{L}$ em função de T. Inclua no gráfico, as barras de incertezas em $\sqrt{L}$ e T (média ± desvio). Obtenha a reta média, as retas auxiliares e calcule o coeficiente angular com incerteza.
- A partir do coeficiente angular da reta, obtida anteriormente, calcule o valor da aceleração da gravidade com incerteza. Compare com valores da literatura e obtenha o desvio percentual.

## FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS

### Experiência 4: Deformações elásticas e pêndulo simples

Tabela 1 – Elongação da mola helicoidal de constante elástica $K_1$.

| Valores de Peso com incerteza (N) | Elongação (X) com incerteza (mm) | Deformação (ΔX) com incerteza (mm) |
|---|---|---|
| $P_{Gancho}$ = | $X_0$ = | Arbitrando Zero = 0 |
| P1 = | $X_1$ = | $X_1 - X_0$ = |
| P2 = | $X_2$ = | $X_2 - X_0$ = |
| P3 = | $X_3$ = | $X_3 - X_0$ = |
| P4 = | $X_4$ = | $X_4 - X_0$ = |
| P5 = | $X_5$ = | $X_5 - X_0$ = |

Tabela 2 – Elongação da mola helicoidal de constante elástica $K_2$.

| Valores de Peso com incerteza (N) | Elongação (X) com incerteza (mm) | Deformação (ΔX) com incerteza (mm) |
|---|---|---|
| $P_{Gancho}$ = | $X_0$ = | Arbitrando Zero = 0 |
| P1 = | $X_1$ = | $X_1 - X_0$ = |
| P2 = | $X_2$ = | $X_2 - X_0$ = |
| P3 = | $X_3$ = | $X_3 - X_0$ = |
| P4 = | $X_4$ = | $X_4 - X_0$ = |
| P5 = | $X_5$ = | $X_5 - X_0$ = |

Tabela 3 - Elongação das molas helicoidais em uma associação em paralelo.

| Valores de Peso com incerteza (N) | Elongação (X) com incerteza (mm) | Deformação (ΔX) com incerteza (mm) |
|---|---|---|
| $P_{Gancho}$ = | $X_0$ = | Arbitrando Zero = 0 |
| P1 = | $X_1$ = | $X_1 - X_0$ = |
| P2 = | $X_2$ = | $X_2 - X_0$ = |
| P3 = | $X_3$ = | $X_3 - X_0$ = |
| P4 = | $X_4$ = | $X_4 - X_0$ = |
| P5 = | $X_5$ = | $X_5 - X_0$ = |

Tabela 4 - Elongação das molas helicoidais em uma associação em paralelo.

| Valores de Peso com incerteza (N) | Elongação (X) com incerteza (mm) | Deformação ($\Delta X$) com incerteza (mm) |
|---|---|---|
| $P_{Gancho}$ = | $X_0$ = | Arbitrando Zero = 0 |
| P1 = | $X_1$ = | $X_1 - X_0$ = |
| P2 = | $X_2$ = | $X_2 - X_0$ = |
| P3 = | $X_3$ = | $X_3 - X_0$ = |
| P4 = | $X_4$ = | $X_4 - X_0$ = |
| P5 = | $X_5$ = | $X_5 - X_0$ = |

Tabela 5: Período de um Pêndulo.

| L ± ΔL (m) | Período para 10 oscilações/10 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Medida 1 | Medida 2 | Medida 3 | Medida 4 | Medida 5 | Média | Desvio |
| 30 ± _____ | | | | | | | |
| 50 ± _____ | | | | | | | |
| 60 ± _____ | | | | | | | |
| 70 ± _____ | | | | | | | |
| 80 ± _____ | | | | | | | |
| 90 ± _____ | | | | | | | |

# 6. Roteiros da Segunda Sequência

## Experiência 5: Calor Específico

### Objetivo

- ✓ Descobrir a capacidade térmica do calorímetro.
- ✓ Determinar o calor específico do alumínio.

### Materiais Necessários

- ✓ Dois termômetros e um dinamômetro;
- ✓ Um calorímetro e uma manta aquecedora;
- ✓ Um balão de fundo redondo;
- ✓ Um becker graduado.

### Referencial Teórico

Aqueceremos um cilindro de alumínio de massa $m_{Al}$, até a temperatura $T_{Al}$. A seguir o mergulharemos em uma massa de água $m_a$, contida num calorímetro, a uma temperatura de equilíbrio inicial, $T_a$. O alumínio terá sua temperatura diminuída para uma temperatura de equilíbrio $T'_{equil}$, após ceder calor $Q$ ao sistema água-recipiente. Sendo $c_{Al}$, o calor específico do alumínio, o calor cedido por este, será igual a:

$$Q = m_{Al} c_{Al} (T_{Al} - T'_{equil}) \quad (1)$$

Vamos admitir que o sistema atinge o equilíbrio sem perdas. O sistema água-recipiente 'absorveu' o calor $Q$ 'liberado' pelo cilindro de alumínio, aumentando a sua temperatura de $T_a$ para $T_{equil}$. Considerando a capacidade térmica do recipiente é $C$, e o calor específico da água, é $c_a$, o calor recebido pelo sistema água+recipiente será:

$$Q = (m_a c_a + C)(T'_{equil} - T_a) \quad (2)$$

Para encontrar a capacidade térmica $C$ basta determinar a temperatura inicial $T_{inicial}$ do recipiente vazio, e a seguir despejar dentro dele uma massa de água quente $m^a_{quente}$, à temperatura $T^a_{quente}$. Espera-se o sistema atingir o equilíbrio térmico (à temperatura $T_{equil}$). O calor trocado nos permite escrever a equação:

$$C\left(T_{equil} - T_{inicial}\right) = m^a_{quente} c_a (T^a_{quente} - T_{equil}) \quad (3)$$

### Procedimento Experimental

***Parte 1 - Determinação da capacidade térmica do calorímetro***

1. Com um termômetro, meça a temperatura do calorímetro vazio, $T_{inical}$. Avalie a incerteza da graduação do termômetro. Veja a Figura 1(a).

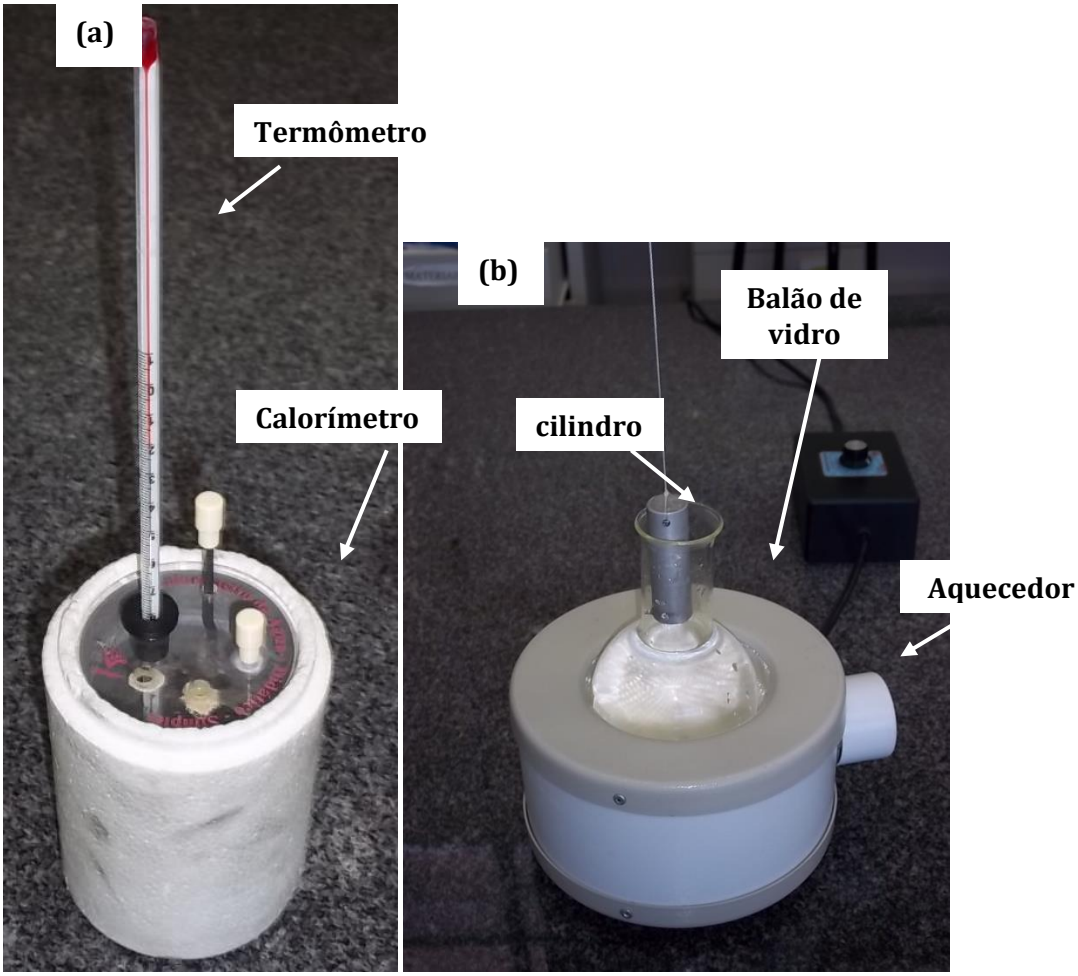



Figura 1 – Montagem experimental: (a) Calorímetro + termômetro e (b) aquecedor, balão de vidro de fundo redondo + aquecedor.

2. Meça cerca de ≈ 200 ml de água. Obtenha a massa, $\boldsymbol{m_a}$, de água correspondente. Avalie a incerteza desta medição.
3. Despeje a água quente no balão volumétrico, colocando-o para aquecer na manta. Meça a temperatura $\boldsymbol{T^a_{quente}}$.
4. Despeje rapidamente, a água quente no calorímetro, tampando-o.
5. O sistema chegará ao equilíbrio à temperatura $\boldsymbol{T_{equil}}$.
6. Preencha a tabela 1, com os valores de $T_i$, $m_a$, $T^a_{quente}$ e $T_{equil}$.

***Parte 2 - Determinação do calor específico do alumínio***

7. Pese com o dinamômetro, o cilindro de alumínio. Utilizando g = (9,80 ± 0,05) m/s$^2$, calcule a massa, $\boldsymbol{m_{Al}}$, do cilindro. Calcule a incerteza.
8. Deposite com o Becker um volume entre 150 − 200 ml (meça corretamente o volume) de água fria no calorímetro (Figura 1a). Meça a correspondente massa, $\boldsymbol{m_a}$, e aguarde alguns minutos até que o sistema água+calorímetro, atinja o equilíbrio térmico à temperatura, $\boldsymbol{T_a}$. Anote na Tabela 2, os valores de $\boldsymbol{m_a}$ e $\boldsymbol{T_a}$.

9. Ferva outra quantidade de água no balão de vidro de fundo redondo juntamente com o cilindro de alumínio (Figura 1b). Obtenha a temperatura, $T_{Al}$, do alumínio, medindo a temperatura no qual a água ferve.
10. Transfira o cilindro para o calorímetro com água fria, espere o sistema estabilizar e meça a temperatura de equilíbrio, $T'_{equil}$, observando continuamente o termômetro.
11. Preencha a Tabela 2, com os valores obtidos de $m_{Al}$, $m_a$, $T_a$, $T_{Al}$ e $T'_{equil}$.

## Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.

***Parte 1 - Determinação da capacidade térmica do calorímetro***

- De posse dos dados da Tabela 1, calcule, com incerteza, a capacidade térmica, $C$, do calorímetro. Use equações de troca de calor entre a água quente e o calorímetro vazio.

***Parte 2 - Determinação do calor específico do Alumínio***

- De posse do valor obtido de $C$ e dos dados da Tabela2, calcule usando a Equação (3), o calor específico do Alumínio, $c_{Al}$, com incerteza.

## Questões a Serem Abordadas no Relatório

- Discuta qualitativamente o efeito que as fugas de calor, que ocorrem durante a experiência, produzem sobre os valores obtidos de $C$ e $c_{Al}$.
- O tempo de transporte do cilindro de alumínio entre o becker com água quente e o calorímetro com água fria interfere nos resultados?

FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS

**Experiência 5: Calor específico**

Tabela 1 – Valores experimentais de $T_i$, $m_a$, $T^a_{quente}$ e $T_{equil}$.

| $T_{inicial} \pm \Delta T_{inicial}$ | $m_a \pm \Delta m_a$ | $T^a_{quente} \pm \Delta T^a_{quente}$ | $T_{equil} \pm \Delta T_{equil}$ |
|---|---|---|---|
| | | | |

Tabela 2 – Valores de $m_{Al}$, $m_a$, $T_a$, $T_{Al}$ e $T'_{equil}$.

| $m_{Al} \pm \Delta m_{Al}$ | $m_a \pm \Delta m_a$ | $T_a \pm \Delta T_a$ | $T_{Al} \pm \Delta T_{Al}$ | $T'_{equil} \pm \Delta T'_{equil}$ |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

# Experiência 6: Transformação Isotérmica – Lei de Boyle-Mariotte

## Objetivos

- ✓ Encontrar o volume, $V_0$, de ar contido em um sistema.
- ✓ Encontrar um ou mais valores do produto *pressão x volume* para o ar.
- ✓ Descobrir até que ponto a lei de Boyle-Mariote é válida para o ar.

## Materiais Necessários

- ✓ Um sistema constituído por mangueiras, manômetro e seringa graduada, com tampa móvel.
- ✓ Uma ferramenta (válvula) para fechar o ar do sistema

## Referencial Teórico

Para um gás ideal, a lei de Boyle-Mariotte 'afirma' que:

> "Sob temperatura constante (*T*) o volume (*V*) ocupado por certa massa de gás é inversamente proporcional à pressão (*P*) à qual o gás está submetido."

Matematicamente:

$$V \alpha \frac{1}{P} \Rightarrow PV = \text{Constante} = K \qquad (1)$$

Esta equação é rigorosa para os gases ideais e, um dos objetivos deste experimento é verificar o quão rigorosa ela é para o ar.

## Procedimento Experimental

1. Para a montagem inicial, observe os detalhes da Figura 1.
2. Com a mangueira aberta puxe o êmbolo da seringa até que 15 ml de ar estejam confinados na mesma. Feche a mangueira com a válvula.
3. Gire o manípulo, baixando o embolo móvel da seringa até que a pressão medida no manômetro seja de 0,6 Kgf/cm$^2$.
4. Espere 30 segundos para ver se há redução na pressão, o que indicaria a presença de vazamentos. Se houver vazamento chame o professor ou o monitor.
5. Varie o volume do ar contido na seringa ($V_{seringa}$) de 15 ml até 5 ml, com passo de 1 ml, e anote as pressões correspondentes na Tabela 1. Avalie a incerteza na graduação do volume. Para a incerteza da pressão, use o desvio padrão dos três valores obtidos.
6. Some o valor médio da pressão, à pressão atmosférica (0,96784 ± 0,00001) kgf/cm$^2$ para obter a pressão total. Não se esqueça de somar as incertezas.

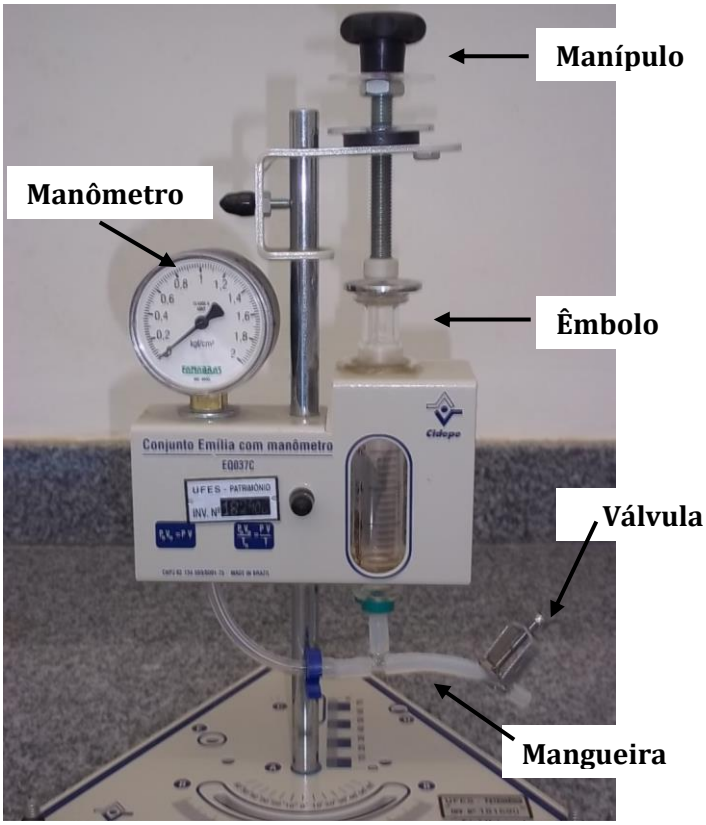



Figura 1 – Sistema para o estudo da lei de Boyle-Mariotte.

7. A partir de $PV = K$, deduza a equação:

$$V_i = -\frac{\Delta V.(P_i + \Delta P)}{\Delta P}$$

onde $V_i$ e $P_i$ são respectivamente, o volume e a pressão antes de uma dada compressão isotérmica, $\Delta V$ é a variação de volume nesta compressão e $\Delta p$ a variação de pressão.

8. Com os dados da terceira linha da tabela acima, e de três outras linhas, calcule três valores para $V_i$, utilize a média como valor adotado e o desvio padrão como incerteza. Este valor corresponde ao volume total de ar contido no sistema quando a seringa contém 13 ml. Subtraindo $V_i$ de 13 ml é possível obter o volume de ar dentro das mangueiras ($V_{mang}$) e do manômetro. Utilize esta informação para obter o volume $V_o$ = (15 + $V_{mang}$) ml, ou seja, o volume total de ar guardado no sistema logo que a válvula foi fechada.

9. Utilizando o valor de $V_o \pm \Delta V_o$ e das pressões preencha a Tabela 2. (lembre-se de acrescentar as incertezas).

## Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.

- Usando a Tabela 2, obtenha o valor médio de $PV \pm \Delta(PV)$, dos valores calculados, linha por linha. Inclua o cálculo para a incerteza final.

- Faça um gráfico de $P_{média}$ em função de 1/*V*. Inclua o valor de volume zero, no gráfico. Do coeficiente angular da reta e das barras de incerteza, obtenha o produto *PV* com incerteza.
- Compare o valor da inclinação da curva de 1/*V* com a média do valor de *PV* obtido para quatro medidas.
- Extrapole, no gráfico, o valor de 1/*V*, para uma tendência a zero e tire conclusões.

## Questões a Serem Abordadas no Relatório

- Comente o intervalo de validade da lei de Boyle para os gases ideais. Ela é válida para o ar?
- *PV* é mesmo constante para o ar? Justifique usando os valores medidos e calculados.

FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS

## Experiência 6: Transformação Isotérmica – Lei de Boyle-Mariotte

Tabela 1: Dados medidos diretamente do experimento.

| Volume na seringa, $V_{seringa}$ (ml) | Medida 1 | Medida 2 | Medida 3 | Média das pressões 1, 2 e 3 | Pressão média total com incerteza (Kgf/cm$^2$) |
|---|---|---|---|---|---|
| | Pressão ($P_1$) (Kgf/cm$^2$) | Pressão ($P_2$) (Kgf/cm$^2$) | Pressão ($P_3$) (Kgf/cm$^2$) | $P_{média} \pm \Delta P_{média}$ (Kgf/cm$^2$) | $P_{média} \pm \Delta P_{média}$+ (0,9678 ± 0,0001) |
| 15,0 ± ___ | | | | | |
| 14,0 ± ___ | | | | | |
| 13,0 ± ___ | | | | | |
| 12,0 ± ___ | | | | | |
| 11,0 ± ___ | | | | | |
| 10,0 ± ___ | | | | | |
| 9,0 ± ____ | | | | | |
| 8,0 ± ____ | | | | | |
| 7,0 ± ____ | | | | | |
| 6,0 ± ____ | | | | | |

Tabela 2: Valores calculados de $V_0$, pressão total, produto $PV$ e de $1/V$.

| Volume médio total $V$ (ml) | Pressão média total com incerteza (kgf/cm$^2$) | $PV \pm \Delta(PV)$ $i = 1, 2, 3 \ldots 9$ | $\frac{1}{V} \pm \Delta\left(\frac{1}{V}\right)$ (kgf/cm$^2$.ml) |
|---|---|---|---|
| $V_0$ = ____ ± _____ | | | |
| $V_0$-1 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-2 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-3 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-4 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-5 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-6 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-7 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-8 = ____ ± ____ | | | |
| $V_0$-9 = ____ ± ____ | | | |

# Experiência 7: Velocidade do Som no Ar e Batimentos

## Objetivos

- ✓ Determinar a velocidade do som no ar através da detecção da ressonância de ondas sonoras num tubo.
- ✓ Estudar o fenômeno do batimento de ondas e medir a frequência dos batimentos de uma onda sonora obtida pela superposição de duas outras de mesma amplitude e de frequências conhecidas, com valores próximos, e comparar o valor medido com aquele previsto pela teoria.

## Materiais Necessários

- ✓ Régua milimetrada;
- ✓ Programa gerador de frequências (áudio);
- ✓ Computador com caixas de som;
- ✓ Dois tubos de cano de PVC;

## Referencial Teórico

### *Ondas Estacionárias*

Considere duas ondas progressivas que se propagam em sentidos opostos e que se combinam. Considere também que estas ondas possuem a mesma amplitude $y_m$, mesmo número de onda $k$ e, frequência angular dada por $\omega = 2\pi f$, onde $f$ é a frequência das ondas. As equações que as representam são dadas por:

$$y_1(x,t) = y_m sen(kx - \omega t) \text{ e } y_2(x,t) = y_m sen(kx + \omega t) \quad (1)$$

Utilizando o princípio de superposição, a onda resultante $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$ tem a forma:

$$y(x,t) = [2y_m sen(kx)]cos\omega t \quad (2)$$

A forma da Equação (2) representa uma onda que não se propaga no eixo x, ou seja, uma onda estacionária. Observa - se que a amplitude dos pontos na onda resultante varia com a posição, na forma $2y_m sen(kx)$, o que não ocorre para uma onda progressiva, que possui amplitude constante, $y_m$. Ainda, existem pontos onde a amplitude é nula [que satisfazem $sen(kx) = 0$ (nós)] e, pontos onde a amplitude é máxima [satisfazendo $sen(kx) = 1$ (antinós)].

Um exemplo de interferência deste tipo é o de ondas sonoras em um tubo. Quando estas se propagam através do ar num tubo, elas são refletidas em ambas as suas extremidades. Se existe uma relação apropriada entre o comprimento de onda das ondas sonoras e o comprimento do tubo, a superposição das ondas, se propagando em direções opostas dentro do tubo, irá causar o aparecimento de uma onda estacionária em seu interior. Para que isto aconteça, o comprimento de onda, $\lambda$, das ondas sonoras deve corresponder a uma das frequências de ressonância do tubo, de comprimento $L$. Os padrões de onda estacionária para um tubo com uma das extremidades fechadas estão ilustrados na Figura 1:

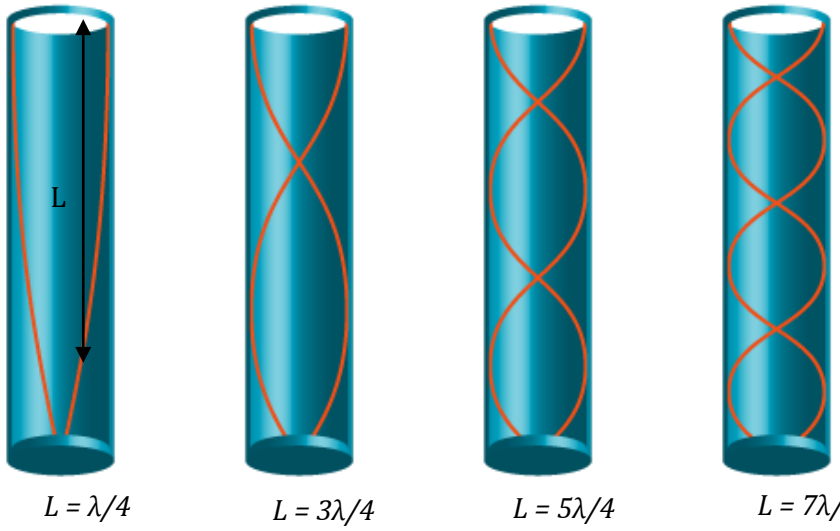



Figura 1 – Possíveis padrões de ressonância, para uma onda sonora em um tubo com uma das extremidades fechadas.

Considerando a relação entre $L$ e $\lambda$ e que a velocidade do som, $v$, é dada por $v = \lambda f$, o comprimento da coluna de ar para uma dada frequência, $f$, de uma fonte externa é dado por:

$$L_{2n-1} = \frac{(2n-1)}{4f} v \quad com\ n = 1, 2, 3, \ldots \tag{3}$$

***Batimentos***

O que ocorre, entretanto, quando duas ondas sonoras com frequências angulares, $\omega_1$ e $\omega_2$, muito próximas, se superpõem em um dado ponto no espaço? Neste caso, esta superposição dará origem ao fenômeno de batimentos, que é um aumento e um decréscimo periódico da intensidade sonora. Descreve-se aqui, um modelo simples para esta situação.

Considere duas ondas sonoras de frequências angulares $\omega_1$ e $\omega_2$ que se sobrepõem x = 0 (por simplicidade), de tal forma que as funções que as descrevem são dadas por:

$$y_1(t) = y_m cos\omega_1 t \quad \text{e} \quad y_2(t) = y_m cos\omega_2 t \tag{4}$$

Novamente, utilizando o princípio de superposição, obtém - se para a onda resultante:

$$y(t) = [2y_m cos\omega' t] cos\omega t \tag{5}$$

onde $\omega' = (\omega_1 - \omega_2)/2$ e $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$.

Interpreta-se a equação (5) como a função que descreve uma onda de frequência angular ω, cuja amplitude varia no tempo. Observa-se também que esta variação de amplitude, só será perceptível, quando $\omega_1 \sim \omega_2$, ou seja, $\omega >> \omega'$. Neste caso, nota-se variações na amplitude sonora, para um observador localizado em x = 0. A Figura (2) é uma ilustração deste fenômeno, para duas ondas de amplitudes iguais a *1 ua* e frequências angulares iguais a *10* e *11 rad/s*:

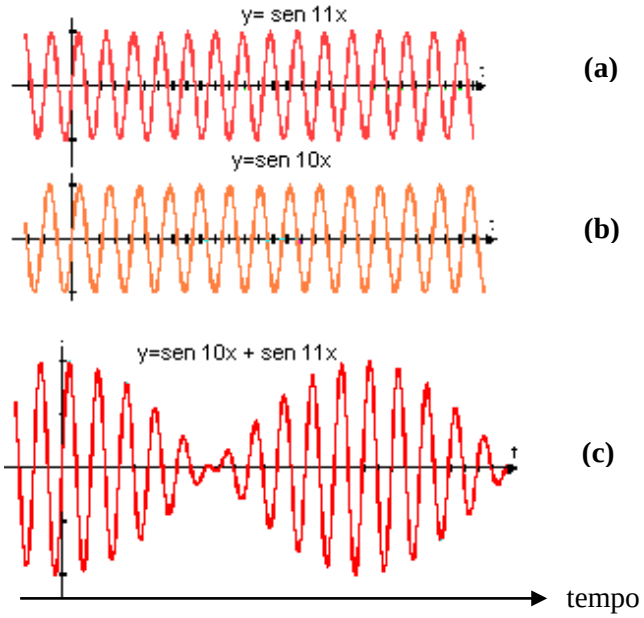



Figura 2 – Ilustração de duas ondas sonoras (a) e (b) que se sobrepõem em um ponto no espaço, dando origem a uma onda, cuja amplitude varia no tempo, levando ao fenômeno de batimentos.

Um batimento, ou seja, um máximo de amplitude, ocorre sempre que $cos(\omega' t)$, na equação 5, for igual a +1 ou -1, o que ocorre duas vezes, cada vez que a função se repete. Logo, $\omega_{batimento} = 2\omega'$. Temos:

$$\omega_{\text{batimento}} = 2.[\frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)] = \omega_1 - \omega_2 \quad (6)$$

Como $\omega = 2\pi f$, temos:

$$f_{batimento} = f_1 - f_2 \quad (7)$$

$$T_{batimento} = \frac{1}{f_1 - f_2} \quad (8)$$

## Procedimento Experimental

***Parte 1 – Velocidade do Som no Ar***

1. Encha o tubo de água. Meça com um termômetro e anote a temperatura ambiente.
2. Clique na pasta VSom. Execute o programa gerador de áudio VSOM.EXE (Figura 1a). Na plataforma do programa, clique em experimento e, em seguida, som em multimídia. Selecione a frequência de 1200 Hz, conforme ilustra a Figura 1(b).
3. Para diminuir o comprimento da coluna vertical de ar no cano introduza, lentamente, uma de suas extremidades na água do balde, conforme a ilustração na Figura 3(a). Ao mesmo tempo, coloque o ouvido próximo à outra extremidade. Quando a ressonância for atingida, através da reflexão das ondas na superfície da água no interior do tubo, tem-se a impressão de que essas ondas estão sendo emitidas de dentro do tubo. Isso acontece devido aumento no volume do som ocorrido por causa do reforço na energia da onda sonora.

4. Através de sua percepção sonora, faça um ajuste fino na posição vertical do tubo, como quem procura a melhor sintonia de uma emissora de rádio. Para essa posição, escolha um ponto de referência e, marque no cano a lápis este ponto de referência (o melhor ponto de referência é a extremidade superior do balde). Pelo menos três membros do grupo devem realizar este procedimento para cada ressonância.

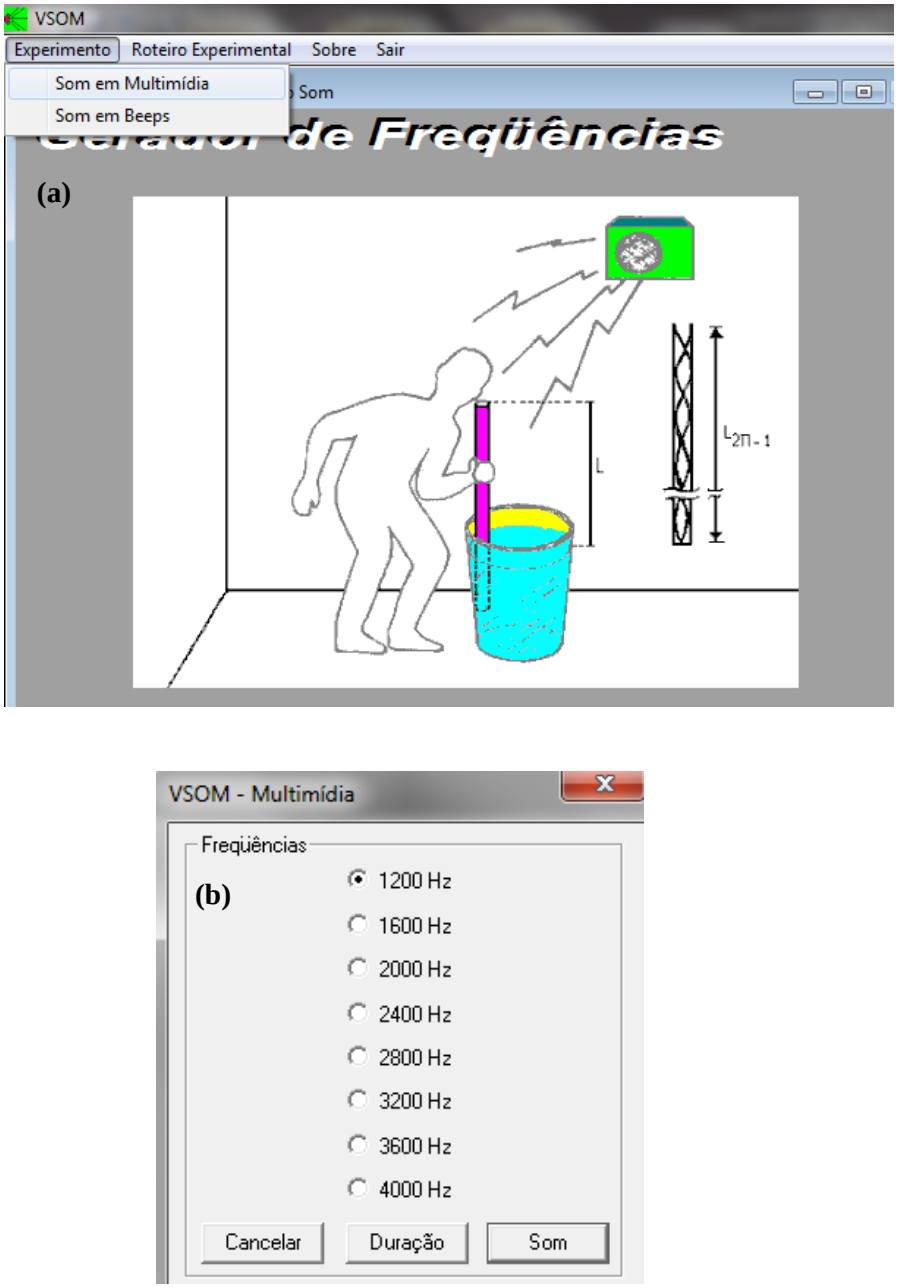



Figura 3 – (a) Plataforma do programa VSom e (b) janela para seleção de frequências.

5. Repita os procedimentos 2, 3 e 4, aumentando a coluna de ar (isto é, retirando lentamente o cano na água), até obter as próximas ressonâncias. Meça e anote o novo ponto de referência no cano.

6. Repita os procedimentos anteriores para as frequências de 1600 até 4000 Hz fornecidas pelo programa. Meça a distância, ΔL, entre os pontos marcados. Adote o desvio padrão como incerteza nas medições. Preencha a Tabela 1.

***Parte 2 - Batimentos***

1. Na área de trabalho, clique na pasta Batimentos. Execute o programa gerador de áudio (Batimento.EXE). Na plataforma do programa, clique em experimento e, em seguida, batimento sonoro (Figura 4). Selecione a frequência da primeira onda sonora em 200 Hz, conforme é ilustrado na a Figura 5(a), por uma seta. Em seguida, selecione a frequência de 201 Hz para a segunda onda sonora.
2. Surgirá, no programa, uma segunda janela [Figura 5(b)]. Clique na opção "houvir as duas frequências através do *MPlayer*".
3. Aparecerá outra janela, conforme a Figura 6. Você deverá ajustar o programa de áudio, para que o som de cada frequência saia em caixas separadamente. Para isto, clique em exibir, em seguida, opções, na janela do *windows média player*. O balanço de uma das caixas deve estar totalmente para a esquerda, enquanto da outra, totalmente para a direita (Figura 6).
4. Execute o som das duas caixas simultaneamente, clicando em player. Escute os batimentos.
5. Meça e anote o tempo (t) de duração de 10 batimentos consecutivos para os pares de frequências na Tabela 2. Repita este procedimento mais duas vezes, para cada par de frequências.

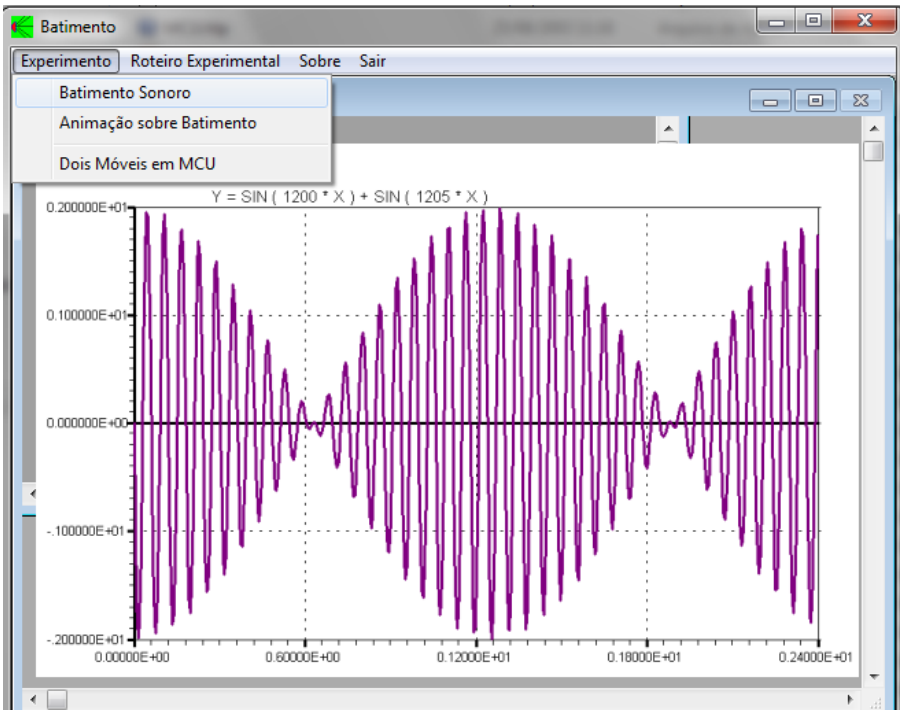



Figura 4 – Plataforma do programa batimento.

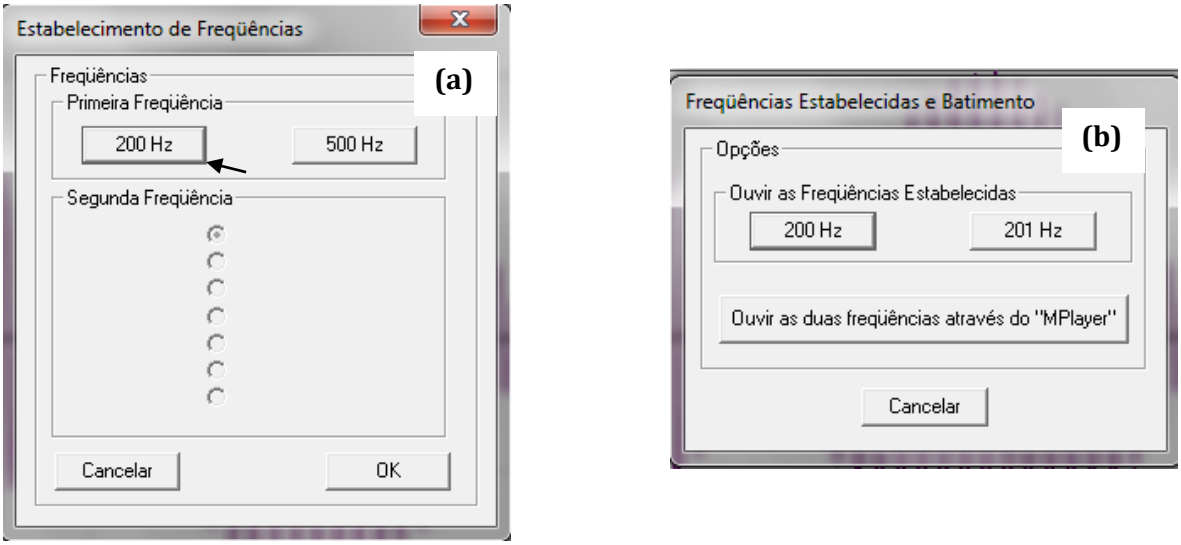



Figura 5 - (a) Janela pra seleção de frequências. (b) Frequências estabelecidas.

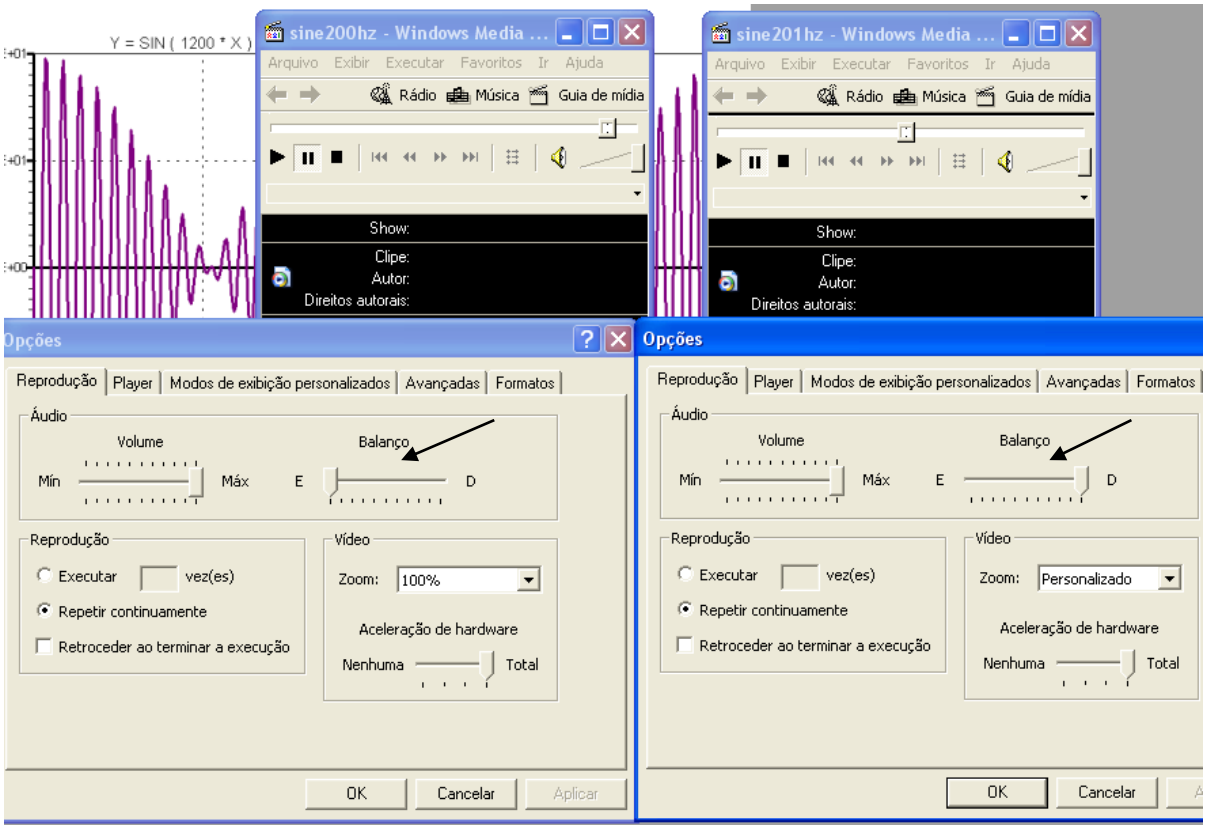



Figura 6 – Procedimentos para selecionar sons separados das ondas sonoras, em caixas diferentes.

## Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.

***Parte 1 – Velocidade do Som***

- Mostre, a partir de (3) que:

$$\Delta L = \frac{v}{2}.\frac{1}{f}$$

onde $\Delta L$ é dado por: $L_3 - L_1$, $L_5 - L_3$, $L_7 - L_5$, ...

- Use a Tabela 1 e monte outra tabela, com os valores de $\Delta L_{médio}$ e do inverso da frequência, 1/f. Inclua as incertezas nesta nova tabela. Faça então, um gráfico em papel milimetrado de $\Delta L_{médio}$ em função de 1/f. Trace no papel, a reta média, e as retas auxiliares. A partir do coeficiente angular da reta, obtenha a velocidade do som no ar, com sua respectiva incerteza.
- Compare a velocidade do som obtida experimentalmente, com o valoro encontrado na literatura, correspondente a temperatura ambiente medida no laboratório. Seus dados são consistentes? Justifique as causas de erro se houver.

***Parte 2 - Batimentos***

- Use a equação 8 e calcule o período teórico dos batimentos, para todas as frequências que se encontram na Tabela 2. Mantenha a precisão de 1 algarismo após a vírgula.
- Faça uma Tabela, com os valores de período calculados teoricamente, com os obtidos experimentalmente (com incerteza). Compare os valores obtidos e justifique qualquer discrepância se houver.
- Como ilustração sobre batimento, utilize um *softwar*e e desenhe, no mesmo sistema de eixos, os gráficos das funções abaixo, no intervalo de 0 a 2,4 segundos:

$$y_1(t) = \text{sen}(2\pi.200t)$$

$$y_1(t) = \text{sen}(2\pi.201t)$$

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) = \text{sen}(2\pi.200t) + sen(2\pi.201t)$$

- Indique, no gráfico, o intervalo de tempo correspondente ao período de um batimento e, os pontos em que há interferência construtiva e também destrutiva.

## Questões a serem Abordadas no Relatório

- Pode-se determinar a expressão para o período dos batimentos de uma forma alternativa, mostrada a seguir. Observe, no gráfico desenhado, que o tempo entre dois picos consecutivos define o período dos batimentos. Observe, também, que este tempo é um número inteiro "n" multiplicado pelo período de uma das ondas, e o mesmo inteiro menos uma unidade "n-1" multiplicado pelo período da outra onda (semelhante ao tempo de duas ultrapassagens consecutivas de um móvel por outro, ambos em movimento circular uniforme):

$$T_{bat} = n.T_1 \quad \text{e} \quad T_{bat} = (n-1).T_2$$

Iguale estas expressões, isole n e substitua o resultado em uma delas, para determinar o período. A partir disso, escreva a expressão para o período dos batimentos em função das duas frequências originais.

- Os resultados experimentais obtidos para 200 Hz e para 500 Hz possibilitam concluir que a frequência dos batimentos depende (ou não?) do valor da frequência da primeira onda escolhida? Faça um comentário sobre isso, enfocando tanto o aspecto teórico quanto experimental.
- Diante dos resultados obtidos é possível afirmar que houve algum erro sistemático importante?
- Deduza as equações (2), (3) e (5).
- Responda: O que é ressonância de ondas mecânicas? Por que ela permite ouvir o som como se ele viesse de dentro do tubo?
- Pesquise e explique qualitativamente a dependência da velocidade do som com a temperatura. Qual a relação matemática entre a velocidade do som no ar e a temperatura?
- Reflita sobre quais valores experimentais foram mais difíceis de medir, e o motivo. Como contornar tais dificuldades, se é que elas existiram?
- No meio de duas ressonâncias consecutivas, você deve ter observado que há um "ponto de mínima intensidade sonora". Como justificar essa observação?

FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS

***Experiência 7: Velocidade do Som no Ar e Batimentos***

Temperatura ambiente, $T \pm \Delta T =$ _____

Tabela 1 - Frequências (f) das ondas sonoras e distâncias ($\Delta L$) entre antinós (máximos) das ondas estacionárias.

| Frequência (Hz) | $\Delta L_1$ (m) primeira e segunda ressonância | $\Delta L_2$ (m) segunda e terceira ressonância | $\Delta L_3$ (m) terceira e quarta ressonância | $\Delta L_{médio}$ | $\delta(\Delta L) \rightarrow$ Desvio padrão |
|---|---|---|---|---|---|
| 1200 | | | | | |
| 1600 | | | | | |
| 2000 | | | | | |
| 2400 | | | | | |
| 2800 | | | | | |
| 3200 | | | | | |
| 3600 | | | | | |
| 4000 | | | | | |

Tabela 2 – Períodos medidos para 10 batimentos consecutivos.

| Frequências (Hz) | $T_1$ (10 batim.) | $T_2$ (10 batim.) | $T_3$ (10 batim.) | $T_{médio}/10$ | $\Delta(t) \rightarrow$ Desvio padrão |
|---|---|---|---|---|---|
| 200 e 201 | | | | | |
| 200 e 202 | | | | | |
| 200 e 203 | | | | | |
| 500 e 501 | | | | | |
| 500 e 502 | | | | | |
| 500 e 503 | | | | | |

# Experiência 8: Dilatação Térmica

## Objetivo

✓ Determinar o coeficiente de dilatação linear de três varetas metálicas.

## Materiais Necessários

✓ Um Balão de fundo redondo;

✓ Dois termômetros;

✓ Três varetas metálicas: ferro, cobre e latão.

✓ Manta de aquecimento, com controlador;

✓ Um medidor de dilatação.

## Método

Submeteremos três varetas metálicas ocas a uma variação de temperatura e mediremos a variação do seu comprimento, $\Delta L$.

Partiremos da situação inicial de cada vareta, à temperatura, $T_o$, e comprimento, $L_o$, e chegaremos à situação final com $L = L_o + \Delta L$, a temperatura $T$.

O coeficiente de dilatação linear α está relacionado com $\Delta L$, $L_o$, $T_o$ e $T$, pela equação:

$$\Delta L = L_o \alpha \, \Delta T \qquad (1)$$

## Procedimento Experimental

➲ Veja, na Figura 1, a montagem deste aparato experimental. Prossiga, para cada vareta:

1. Escolha uma vareta e a mergulhe em água fria. Aguarde um pequeno tempo e meça a temperatura inicial, $T_o$, da vareta. Esta deve estar em equilíbrio térmico com o ambiente.
2. Meça o comprimento, $L_o$, indicado na figura (comprimento inicial da vareta à temperatura inicial, $T_o$).
3. Coloque a vareta apoiada no "dilatômetro linear", de acordo com a Figura 1. Prenda-a aos parafusos do "dilatômetro". Aqueça a água no balão volumétrico, usando a manta aquecedora.
4. Use a escala sobre o "dilatômetro" e avalie a correspondência do medidor dilatação em milímetros. Para isto, faça o ponteiro do medidor girar de 360º e veja a correspondência em milímetros. Avalie também o erro instrumental.
5. Ligue por uma mangueira, uma das extremidades da vareta à saída do balão de vidro. Após a água entrar em ebulição, deixe escoar pela vareta, o vapor da água em ebulição, e aguarde o ponteiro estacionar sobre a escala.
6. Anote a temperatura final $T$ do termômetro imerso no vapor da água em ebulição e o valor da variação no comprimento ($\Delta L$) mostrada pelo ponteiro.

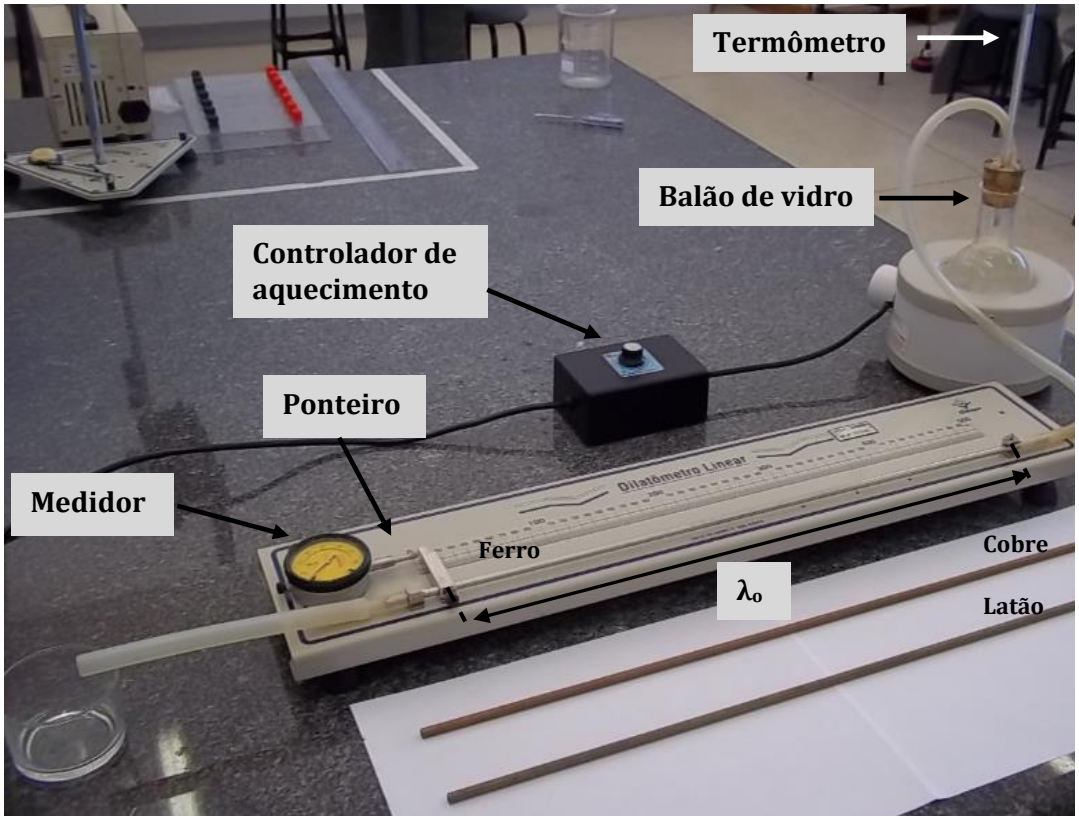



Figura 1 – Montagem experimental para o experimento de dilatação linear.

7. O procedimento de 1 a 6 deve ser repetido três vezes, para cada uma das três varetas disponíveis. No cálculo da incerteza, deve ser levado em consideração tanto o desvio padrão (erro estatístico), quanto o erro do instrumento. Anote os valores obtidos na Tabela abaixo 1.

## Procedimentos e Cálculos a Serem Efetuados no Relatório

- Apresente a folha de dados experimentais. Certifique-se de que a incerteza contenha apenas um algarismo significativo. A precisão da grandeza medida deve ser correspondente com o da incerteza.
- Para as varetas de ferro, latão e cobre:

  Use a Equação (1) e preencha as "5ª linhas" da Tabela 1, obtendo para cada uma das medidas 1, 2 e 3, os coeficientes de dilatação linear $\alpha 1$, $\alpha 2$ e $\alpha 3$, respectivamente. Inclua cálculos de incerteza para $\Delta\alpha 1$, $\Delta\alpha 2$ e $\Delta\alpha 3$. Obtenha a média dos valores de $\alpha$, para cada uma das varetas. Para a obtenção da incerteza total, leve em consideração o desvio padrão dos valores de $\alpha$ (erro estatístico) e a média de $\Delta\alpha 1$, $\Delta\alpha 2$ e $\Delta\alpha 3$.
- Procure descobrir de que materiais são feitas as varetas e compare com os valores tabelados na literatura, para estes materiais.

## Questões a serem Abordadas no Relatório

- Por que foi necessário medir a temperatura do vapor da água em ebulição? Nós estamos ao nível do mar.
- Você pode considerar que a temperatura da vareta ficou distribuída uniformemente quando a dilatação se completou?

- Julgue os resultados obtidos com base nas condições em que a experiência foi realizada.
- São confiáveis? Por quê?
- A dilatação linear foi medida. E a dilatação nas outras direções? Qual a influência dela no experimento?
- Explique, do ponto de vista de forças atômicas, por que os metais aumentam de tamanho, quando suas temperaturas são aumentadas.

FOLHA DE DADOS EXPERIMENTAIS

***Experiência 8: Dilatação térmica***

Tabela 1 – Valores medidos de $L_o$, $T_o$, $T$ *e* $\Delta L$ e, calculados, α's, para varetas de ferro, latão e cobre.

| Vareta | Grandeza | Medida 1 | Medida 2 | Medida 3 |
|---|---|---|---|---|
| **Ferro** | $L_o \pm \Delta L_o$ | | | |
| | $T_o \pm \Delta T_o$ | | | |
| | $T \pm \Delta T$ | | | |
| | $\Delta L \pm \delta(\Delta L)$ | | | |
| $\alpha_{Ferro} \pm \Delta\alpha$, *calculado* | | | | |
| **Latão** | $L_o \pm \Delta L_o$ | | | |
| | $T_o \pm \Delta T_o$ | | | |
| | $T \pm \Delta T$ | | | |
| | $\Delta L \pm \delta(\Delta L)$ | | | |
| $\alpha_{Latão} \pm \Delta\alpha$, *calculado* | | | | |
| **Cobre** | $L_o \pm \Delta L_o$ | | | |
| | $T_o \pm \Delta T_o$ | | | |
| | $T \pm \Delta T$ | | | |
| | $\Delta L \pm \delta(\Delta L)$ | | | |
| $\alpha_{Cobre} \pm \Delta\alpha$, *calculado* | | | | |

# 7. Apêndice

## Dedução da Equação dos Mínimos Quadrados

Em uma experiência na qual se efetuaram N medidas, tem-se um conjunto de N pares ordenados (x,y), os quais, quando representados graficamente, podem fornecer uma reta. Nosso objetivo é ajustar os dados com a equação:

$$y = ax + b \quad ,$$

onde os coeficientes $a$ e $b$ devem ser tais que minimizem a diferença entre os valores medidos $y_i$ e os correspondentes valores calculados $y(x_i) = ax_i + b$ dados pela equação acima. É necessário estabelecer um critério para minimizar as diferenças e otimizar o cálculo dos coeficientes. Os desvios $\Delta y_i$ entre cada valor medido e o valor calculado correspondente são: $\Delta y_i = y_i - y(x_i)$. No entanto, a soma destes desvios não fornece uma boa indicação do quanto os dados se aproximam dos valores calculados a partir da equação da reta, uma vez que grandes desvios positivos podem ser contrabalançados por grandes desvios negativos. Daí a definição do erro quadrático médio $S = \sum_{i=1}^{N} (\Delta y_i)^2$. Portanto, devemos encontrar a reta tal que:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0 \text{ e } \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \quad .$$

Calculando esses termos temos:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}\left( \sum_{i=1}^{N} (y_i - ax_i - b)^2 \right) = -2\sum_{i=1}^{N} (y_i - ax_i - b)x_i = 0 \quad ;$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b}\left( \sum_{i=1}^{N} (y_i - ax_i - b)^2 \right) = -2\sum_{i=1}^{N} (y_i - ax_i - b) = 0 \ .$$

As duas equações acima podem ser escritas:

$$-\sum_{i=1}^{N} y_i x_i + a\sum_{i=1}^{N} x_i^2 + b\sum_{i=1}^{N} x_i = 0 \ ,$$

$$-\sum_{i=1}^{N} y_i + a\sum_{i=1}^{N} x_i + b = 0 \quad .$$

Resolvendo o sistema de equações acima para $a$ e $b$ obtemos finalmente:

$$a = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2} \quad \text{e} \quad b = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i y_i \sum_{i=1}^{N} x_i}{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2} \quad .$$

## 8. Bibliografia

SANTORO, A. *et al. Estimativas e Erros em Experimentos da Física*. Rio de Janeiro: Editora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2005.

Apostila de Física Experimental do Curso de Física - DFIS/UFES.

PIACENTINI, J. J.et al. Introdução ao Laboratório de Física. São Paulo: Editora da Universidade Federal de São Carlos, 2008.