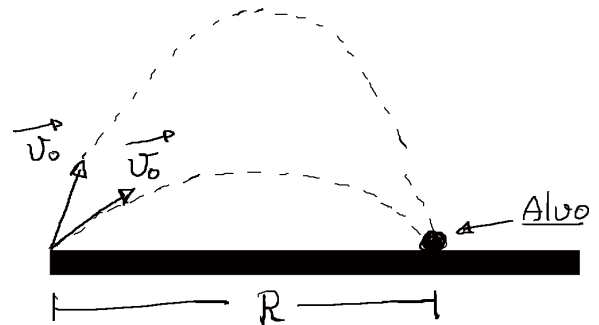
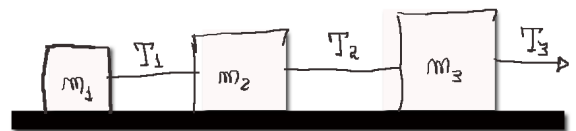


Questão 1) Um projétil é disparado com velocidade escalar inicial $v_0 = 30\text{m/s}$ num terreno plano em um alvo que está no chão, a uma distância $R = 20,0\text{m}$, conforme mostrado na Fig. ao lado. Quais são (a) o menor e (b) o maior ângulo de lançamento que permitirão o projétil atingir o alvo?

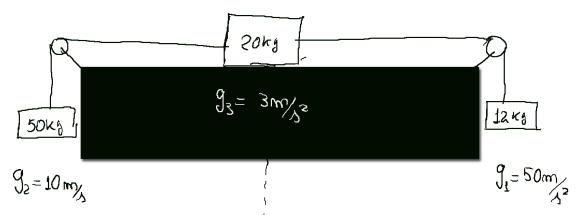


Questão 2) Na Fig. ao lado, três blocos conectados são puxados para a direita sobre uma mesa horizontal sem atrito por uma força de módulo $T_3 = 65,0\text{N}$. Se $m_1 = 12,0\text{kg}$, $m_2 = 24,0\text{kg}$ e $m_3 = 31,0\text{kg}$, calcule (a) o módulo da aceleração do sistema, (b) a tensão T_1 e (c) a tensão T_2 .



Questão 3) Uma gota de chuva ao cair fica sob a ação de uma força que resiste ao seu ganho de velocidade. Se esta força de resistência tiver a forma $F_R = arv + br^2v^2$, obtenha a velocidade final de uma gota de água com $10\mu\text{m}$ de diâmetro.
Dados: $a = 3,10 \times 10^{-4}$ e $b = 0,870$

Questão 4) Dada a situação representada na Fig. ao lado; calcule: (a) a aceleração do sistema, (b) a tração em cada corda. OBS: As massas e as "gravidades locais" estão representadas na Figura; Considere os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco sobre a mesa e a mesa como $\mu_e = 0,4$ e $\mu_c = 0,3$, respectivamente.



Gabarito: P1 - 2014/02 - Fis1.

Questão 1)

Dentre os diferentes procedimentos possíveis, vou optar por escrever as equações para a posição do projétil e do alvo em função do tempo.

Projétil: $\vec{r}_{P_{0j}}(t) = x_P(t)\hat{i} + y_P(t)\hat{j}$

$$\vec{r}_P(t) = \left[v_0 \cos(\theta_0) t \right] \hat{i} + \left[v_0 \sin(\theta_0) t + \frac{g t^2}{2} \right] \hat{j}, \text{ com } g = -9,8 \text{ m/s}^2.$$

Alvo: $\vec{r}_A = R\hat{i} + 0\hat{j}$ "Fixo no ponto R".

$\Rightarrow$ Queremos que o projétil encontre o Alvo, logo:

$$\vec{r}_P(t) = \vec{r}_A(t)$$

Vetores são iguais se cada componente for igual.

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0 \cos(\theta_0) t = R \\ v_0 \sin(\theta_0) t + \frac{g t^2}{2} = 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} v_0 \cos(\theta_0) t = R & (1) \\ v_0 \sin(\theta_0) = -\frac{g t}{2} & (2) \end{cases}$$

Deve-se eliminar a variável tempo:

De (1) $t = \frac{R}{v_0 \cos(\theta_0)}$

$$v_0 \sin(\theta_0) = -\frac{g R}{2 v_0 \cos(\theta)}$$

$$\Rightarrow 2 \sin(\theta_0) \cos(\theta_0) = -\frac{g R}{v_0^2} \quad ; \quad \sin(\theta_0 + \theta_0) = \sin(\theta_0) \cos(\theta_0) + \sin(\theta_0) \cos(\theta_0)$$

$$\sin(2\theta_0) = 2 \sin(\theta_0) \cos(\theta_0)$$

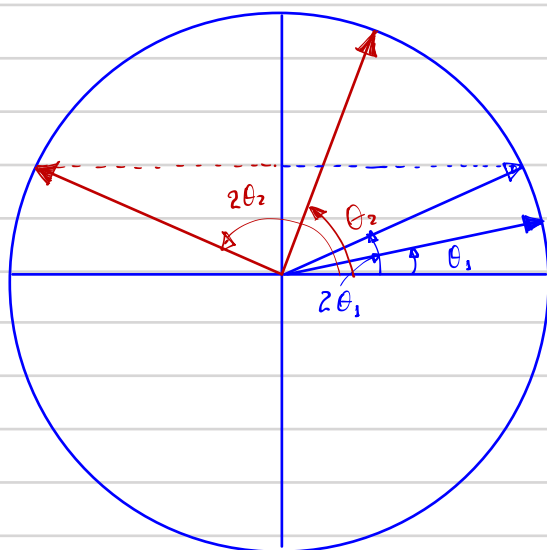
$$\Rightarrow \sin(2\theta_0) = -\frac{gR}{v_0^2}$$

Introduzindo valores: $\sin(2\theta_0) = -\frac{(-9,8) \cdot 20,0}{30^2} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$

adimensional, como deve ser.

$$\Rightarrow \sin(2\theta_0) = 0,21777$$

Análise:



⇒ Significa: Existem 2 ângulos tais que o dobro deles (2θ) resultam no mesmo $\sin(2\theta)$.

Em nosso caso: $\sin(2\theta_0) = 0,21777$

Usando a calculadora:

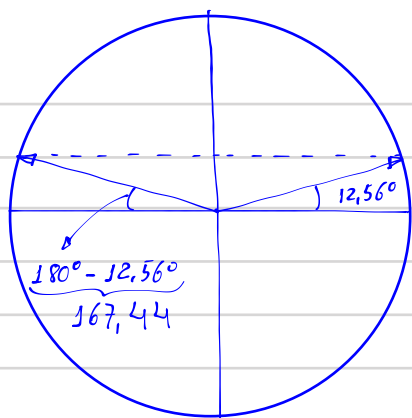
$$\Rightarrow 2\theta_0 = \sin^{-1}(0,21777)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \sin^{-1}(0,21777)$$

$$\theta_0 = 6,28^\circ$$

$$\Rightarrow 2\theta_0 \approx 12,56^\circ$$

Mas ↴



$$\Rightarrow \sin(12,56^\circ) = \sin(167,44^\circ)$$

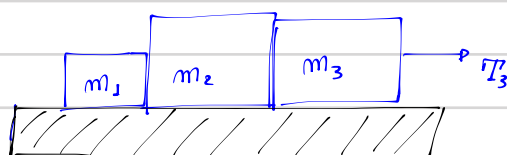
Portanto, $2\theta_0 = 12,56^\circ$

e $2\theta_0 = 167,44^\circ$ são soluções.

$\Rightarrow$ ângulos $\theta_0 = 6,28^\circ$ e $\theta_0 = 83,72^\circ$ atingem o alvo.



Questão 2)



T_3 puxa todas $\Rightarrow$ como $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$$\Rightarrow \vec{T}_3 = (m_1 + m_2 + m_3) \vec{a}$$

"a possui mesmo sentido da força que a produz".

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{65,0}{(12,0 + 24,0 + 31,0) \text{ kg}} \text{ m/s}^2 \hat{x}$$

$$\vec{a} = 0,970 \dots \text{ m/s}^2 \hat{x}$$

(a)

$$\vec{a} \simeq 0,97 \text{ m/s}^2 \hat{x}$$



(b) Todos os blocos possuem mesma aceleração $\vec{a} \simeq 1,4 \text{ m/s}^2 \hat{x}$

Para $m_1 \Rightarrow \vec{T}_1 = m_1 \cdot \vec{a}$

$$\vec{T}_1 = 12,0 \times 0,970 \text{ m/s}^2 \hat{x} \Rightarrow$$

$$\vec{T}_1 \simeq 11,6 \text{ N} \hat{x}$$

$$(c) \quad \vec{T}_2 = (m_1 + m_2) \vec{a}$$

$$\vec{T}_2 = (12,0 + 24,0) \cdot 0,970 \dots \text{ N } \hat{x}$$

$$\boxed{\vec{T}_2 \cong 34,9 \text{ N } \hat{x}}$$

$$ou \Rightarrow (T_2 - T_1) \hat{x} = m_2 a \hat{x}$$

$$\vec{T}_2 = (T_1 + m_2 a) \hat{x}$$

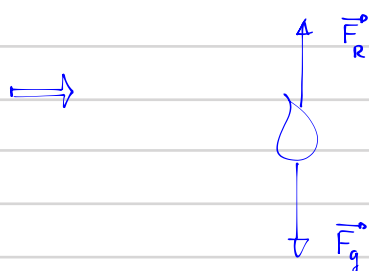
$$\vec{T}_2 \cong (11,6 + 24,0 \cdot 0,97) \hat{x}$$

$$\vec{T}_2 \cong 34,9 \text{ N } \hat{x}$$



Questão 3)

A gota está submetida a duas forças; da gravidade e da resistência do ar. A velocidade final é aquela que ocorre quando a velocidade não varia mais, ou seja, aceleração zero. Mas aceleração é zero quando a soma das forças é zero.



$$\Rightarrow \vec{F}_R + \vec{F}_g = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_R = -\vec{F}_g \quad \text{"Mesma intensidade e sentidos opostos, como ilustrado acima".}$$

$$\Rightarrow \quad br^2 v^2 + arv - mg = 0 \quad \text{"Equação do 2º grau para } \underline{v} \text{"}$$

$$\Rightarrow v = \frac{-ar \pm \sqrt{(ar)^2 + 4br^2 mg}}{2br^2}$$

Calcular por partes:

$$\text{A massa é } m = \rho \cdot V = 1000 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 1000 \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot \left(\frac{10 \times 10^{-6}}{2}\right)^3$$

$$m = \frac{4\pi}{3 \times 8} \cdot 10^3 \cdot 10^3 \cdot 10^{-18}$$

$$\underline{m = 0,5236 \times 10^{-12} \text{ kg} \cong 5,236 \times 10^{-13} \text{ kg}}$$

Obs: Note que a velocidade de v ser positiva, afinal $F_R = br^2 v^2 + arv$ é uma intensidade.
 $\Rightarrow$ Manter apenas o sinal positivo de $\pm \sqrt{\Delta}$.

$$\sqrt{\Delta'} = \sqrt{(ar)^2 + 4br^2mg} = \left[(3,1 \cdot 5)^2 \cdot (10^{-4} \cdot 10^{-6})^2 + 4 \cdot 0,870 \cdot 5^2 \cdot (10^{-6})^2 \cdot 5,236 \cdot 10^{-13} \cdot 10 \right]^{\frac{1}{2}}$$

"g = 10"

$$\sqrt{\Delta'} = \left[240,25 \times 10^{-20} + 4 \cdot 0,870 \cdot 25 \cdot 5,236 \times 10^{-24} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[240,25 \times 10^{-20} + 455,532 \times 10^{-24} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\Delta'} = \left\{ (240,25 + 0,04555) \times 10^{-20} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\Delta'} \cong (240,2955532)^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-10} \cong 15,501469388 \times 10^{-10}$$

$$ar \cong 3,1 \times 10^{-4} \cdot 5 \times 10^{-6} \cong 15,5 \times 10^{-10}$$

$$2br^2 = 2 \cdot 0,870 \cdot (5 \times 10^{-6})^2 = 43,5 \times 10^{-12}$$

$$\Rightarrow v = \frac{-15,5 \times 10^{-10} + 15,501469 \times 10^{-10}}{43,5 \times 10^{-12}}$$

$$v = \frac{0,001469}{0,435} \cdot \frac{10^{-10}}{10^{-10}} \text{ m/s}$$

$$v = 0,003377 \text{ m/s}$$

Obs: Para uma velocidade tão pequena $\Rightarrow v^2 \ll v$; além disso, $r^2 \ll r$, portanto, o termo $br^2v^2 \ll arv$ e poderia ter sido desprezado.

$\Rightarrow F_R \cong arv$. Assim a conta ficaria muito mais simples:

$$arv = mg$$

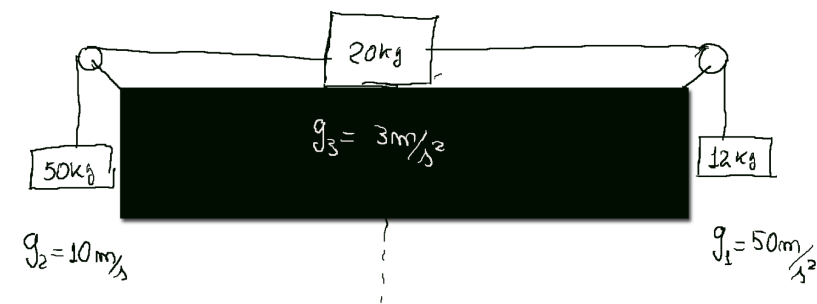
$$v = \frac{mg}{ar}$$

$$v \cong \frac{5,236 \times 10^{-13} \cdot 10}{3,1 \times 10^{-4} \cdot 5 \times 10^{-6}} \cong \frac{5,236}{15,5} \times 10^{-2}$$

$$v \cong 0,003378 \text{ m/s}$$

* Massa.

4ª Questão

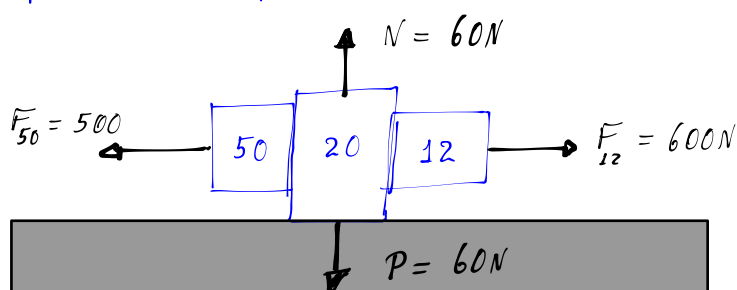


A força puxando 12kg é $12 \cdot g_1 = 12 \cdot 50 = 600 \text{ N}$

$F_{12} = 600 \text{ N}$ "deixemos em módulo por enquanto."

De forma similar: $F_{50} = 500 \text{ N}$

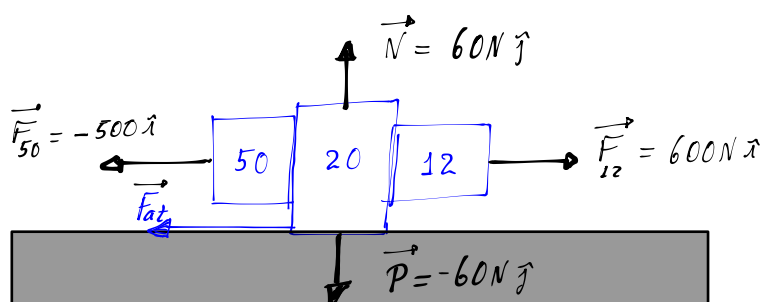
Numa representação acoplada:



Como $F_{12} > F_{50}$, o conjunto tende a deslocar-se para a "direita".

Será suficiente para superar o atrito?

$F_{at} = \mu \cdot N = 0.4 \cdot 60 \text{ N} = 24 \text{ N}$ "no sentido para a esquerda".



→ Força puxando para a direita é $\vec{F}_d = (600 - 500) \text{ N } \hat{i}$

$$\vec{F}_d = 100 \text{ N } \hat{i}$$

A força de atrito resiste até $\mu_e N = 24 \text{ N}$, portanto, o conjunto desliza para a direita. Após deslizar a força que resiste é a de atrito cinético:

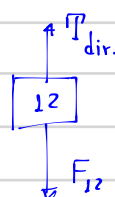
$$(100 - \mu_c N) \hat{x} = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{100 - 0,3 \times 60}{82} \hat{x}$$

$$\vec{a} = \frac{82}{82} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \hat{x}$$

$$\vec{a} = 1 \text{ m/s}^2 \hat{x}$$

Tracção no fio da direita:

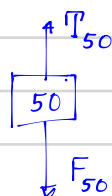


$$\Rightarrow F_{12} - T_{\text{dir}} = 12 \cdot a$$

$$T_{\text{dir}} = 600 - 12 \cdot 1$$

$$\vec{T}_{\text{dir}} = 588 \text{ N } \hat{x}$$

Tracção no fio da esquerda:



$$\Rightarrow T_{\text{esq}} - F_{50} = 50 \cdot a$$

$$T_{\text{esq}} = 50 \cdot 1 + 500$$

$$\vec{T}_{\text{esq}} = 550 \text{ N } \hat{x}$$