UFES CEUNES
Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Paulo Moscon

Nome:

Matrícula:

1ª Prova de Ciência de Matereiais - 2019/01

OBS:Respostas não justificadas serão desconsideradas.

Questão 1) [2,5] O cálculo da energial do átomo de Hidrogênio resultou na expressão

$$U = -\frac{\cancel{eK^2}}{2r}. = -\frac{ke^2}{2r}. \qquad \text{(correção)}.$$

(a) Qual a origem (física e matemática) do sinal negativo na Equação acima.
(b) Quais tipos de energias foram consideradas para o cálculo da energia do átomo de Hidrogênio?

(a) Trata-se da energia total do átomo de hidrogênio. A energia é uma grandeza física que só tem sentido quando relativa a um valor referencial, pois não pode ser criada, apenas transferida. Desta forma é necessário definir-se um valor referencial, tal que E seja uma variação relativa ao valor previamente definido.

No caso, o raio $\underline{r}$ corresponde à distância do elétron ao núcleo atômico. Define-se que $E=0$ em $r=\infty$ (definição feita durante a obtenção da expressão $E = -\frac{ke^2}{2r}$). Desta forma,

como trata-se de uma energia que diminui com a proximidade do elétron ao núcleo atômico, então só é possível valores negativos para E. (negativo < zero).

(b) Considera-se um elétron orbitando o núcleo positivo. Portanto as únicas energias envolvidas são a energia potencial elétrica $\left(E_p = -\frac{ke^2}{r}\right)$ e a energia cinética devido ao movimento orbital

$\left(E_c = \frac{1}{2}mv^2\right)$. onde m = massa do elétron.

Questão 2) [2,5] **(a)** Qual o motivo de existir uma órbita mínima para o elétron menos energético nas proximidades de um núcleo atômico? **(b)** Mostre que a condição utilizada para explicar a letra **(a)** leva ao postulado de Bohr $L = n\hbar$.

(a) Ao redor do núcleo uma órbita de $2\pi r$ deve ser suficiente para conter um número inteiro de comprimentos de onda – no mínimo um (numa visão mais simplória). O fato é que ao resolver-se a equação de Schrödinger, as condições de que órbitas devem seguir condições de contorno contendo ondas estacionárias (de maior estabilidade), levam a valores específicos de orbitas e orbitais. Desta forma, deve existir uma órbita mínima cujo perímetro $2\pi r$ seja suficiente para conter um comprimento de onda, ou seja

$$2\pi r = \lambda \, .$$

(b) Para uma órbita genérica $2\pi r$; a estabilidade ocorre quando a condição

$$2\pi r = n\lambda$$

é atingida. Portanto, visando verificar a relação $L = n\hbar$ vamos manipular a relação acima no sentido de gerar $L = mvr$.

$$\Longrightarrow \quad 2\pi r = n\lambda \qquad (\times \; mv)$$

$$2\pi \underbrace{rmv}_{L} = n\lambda \underbrace{mv}_{P}$$

$$\text{Mas} \quad P = \frac{h}{\lambda} \quad \Longrightarrow \quad 2\pi L = n \cancel{\lambda} \frac{h}{\cancel{\lambda}}$$

$$L = n \frac{h}{2\pi}$$

$$\boxed{L = n\hbar}$$

Questão 3) [2,5] Durante a solução da Equação de Schroedinger da mecânica quântica para o átomo de hidrogênio obtêm-se três números quânticos. **(a)** Qual o passo matemático que leva à necessidade de inserção de constantes das quais resultam nos três números quânticos? **(b)** Qual a grandeza física associada ao número quântico l? Por exemplo: Se o número quântico l for 2 qual o valor da grandeza física associada?

(a) Trata-se de uma equação diferencial para uma função de quatro variáveis $\Psi(r,\theta,\varphi,t)$. Durante a solução aplica-se a técnica de separação de variáveis;

$$\Psi(r,\theta,\varphi,t) = R(r)\,\Theta(\theta)\,\Phi(\varphi)\,T(t).$$

Procede-se a separação de variáveis levando a um sistema de quatro equações diferenciais dependentes unicamente das respectivas variáveis. Cada separacão leva ao surgimento de uma constante de separação, resultando em três constantes:

$$n,\ l,\ m_l.$$

(b) O número quântico l é inserido na separação da variável angular θ. Representa, portanto, uma grandeza física que não muda no tempo (constante) e que está associada à variações angulares em θ. A grandeza física a que variações em θ remete, e que deve ser constante no tempo, é o momento angular $\vec{L}$.

No exemplo $\longrightarrow$ $l=2$ $\longrightarrow$ $L=\sqrt{l(l+1)}\,\hbar$

$$L=\sqrt{6}\,\hbar$$

Que é o momento angular total do elétron ao redor do núcleo atômico

Questão 4) [2,5] Calcule: **(a)** A variação de energia do átomo; **(b)** A variação da energia de um fóton e **(c)** o comprimento de onda da radiação emitida; em uma transição do nível inicial $n = 4$ para o nível final $n = 2$ do átomo de Hidrogênio.

Transição $n_i = 4$ para $n_f = 2$:

$$\boxed{\Delta E_{\acute{a}tomo} = -13{,}6\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) eV = -2{,}55\ eV}$$

$\Delta E_{\acute{a}tomo} < 0$ significa que o átomo perdeu energia. Esta energia é emitida na forma de um fóton.

$\longrightarrow \Delta E_{f\acute{o}ton} > 0 \quad (\equiv E_{f\acute{o}ton})$.

$$\boxed{E_{f\acute{o}ton} = 2{,}55\, eV.}$$

$$E_{f\acute{o}ton} = h.f$$

Mas $c = \lambda f \Longrightarrow E_{f\acute{o}ton} = \dfrac{hc}{\lambda}$

$$\lambda = \frac{hc}{E_{f\acute{o}ton}}$$

$$\lambda = \frac{6{,}6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{2{,}55 \times 1{,}6 \times 10^{-19}} \cdot \frac{\cancel{J}.\cancel{s}}{\cancel{J}} \cdot \frac{m}{\cancel{s}}$$

$$\lambda \simeq 4{,}85 \times 10^{-7}\ m$$

$$\boxed{\lambda \simeq 485 nm}$$