Universidade Federal do Espírito Santo
Prof. Paulo Moscon

Nome:

Matrícula:

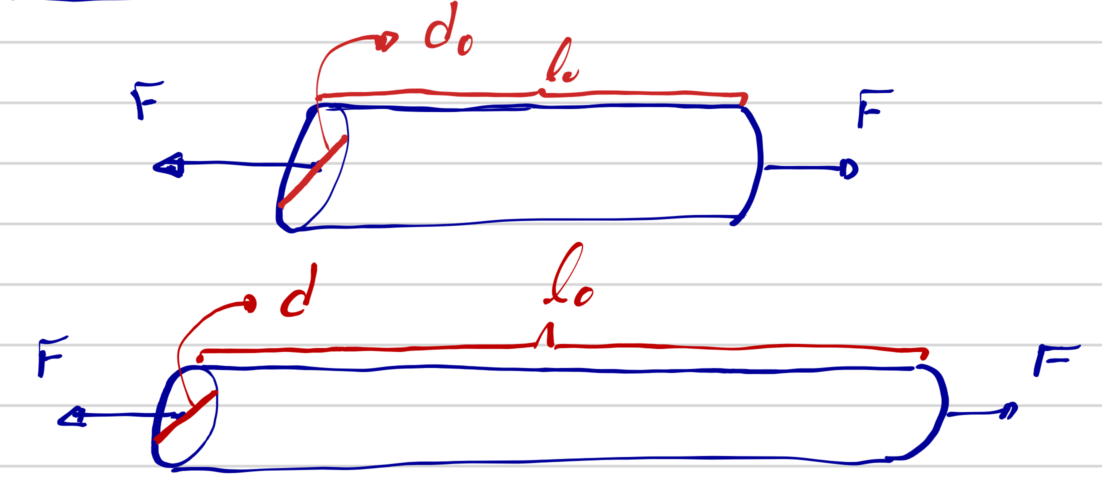
2^a prova de Ciência dos Matereiais - 2022/02

Nota) Os passos adotados precisam ser justificados ou por breves comentários ou por sequência lógica durante as resoluções. Passos que aparentarem pura memorização serão desconsiderados.

Questão 1) [2,5] Um corpo de prova cilíndrico de uma liga de titânio que possui um módulo de elasticidade de 107 GPa e um diâmetro original de 3,8 mm apresentará apenas deformação elástica quando uma carga de tração de 2000 N for aplicada. Calcule o comprimento máximo do corpo de prova antes da deformação, se o alongamento máximo admissível é de 0,42mm.
Equações possivelmente (não necessariamente) úteis:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}; \qquad F = ma; \qquad F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2};$$
$$\sigma = E\epsilon; \qquad F = -kx; \qquad 2d\sin(\theta) = n\lambda.$$

Ilustração:



Informações:

$E = 107\ GPa = 107 \times 10^9\ N/m^2$
$d_0 = 3{,}8\ mm = 0{,}0038\ m$
$F_{tração} = 2000\ N$
$\Delta l = 0{,}42\ mm = 0{,}00042$

Pergunta: Comprimento máximo antes da deformação (ou seja, l_0), tal que Δl máximo permitido é de 0,42 mm.

Vale notar que, dada uma tensão fixa (como é o caso), Δl será tão maior quanto maior for o l_0. Desta forma, deve haver um l_0 máximo, tal que qualquer valor superior deste acarretará em Δl superior à 0,42 mm.

Solução:

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\frac{F}{A_0} = E\frac{\Delta l}{l_0}$$

$$l_0 = \frac{E \cdot \Delta l \cdot A_0}{F} \quad ; \quad A_0 = \pi\left(\frac{d_0}{2}\right)^2$$

$$l_0 = \frac{107 \cdot 10^9 \cdot 0{,}00042 \cdot \pi(0{,}0019)^2}{2000} \quad \frac{\cancel{N}}{\cancel{m^2}} \cdot \frac{m \cdot \cancel{m^2}}{\cancel{N}}$$

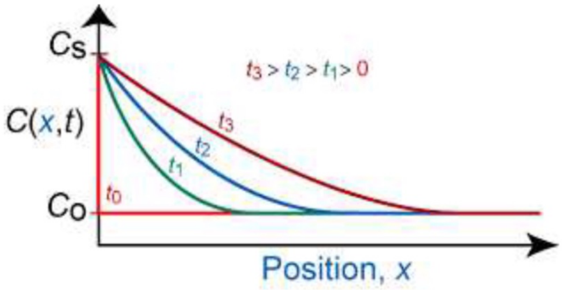
$$l_0 = 0{,}254835 \text{ m}$$

ou $\boxed{l_0 \simeq 255 \text{ mm}}$

Questão 2) [2,5] A segunda lei de Fick foi desenvolvida para processos não estacionários de difusão. Vimos que ao considerar-se aumentos infinitesimais de concentração em função do tempo, chega-se na relação

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial C}{\partial x}\left(D\frac{\partial C}{\partial x}\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \tag{2}$$



Questões:

(a) Qual consideração física deve ser feita para que a constante de difusão D possa ser considerada constante, levando a Equação (1) para o formato da Equação (2).

(b) Indique e comente quais as características das curvas presentadas na Figura ao lado estão representadas, respectivamente, pelos fatores diferenciais $\frac{\partial C}{\partial t}$ e $\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$. Em outras palavras, interprete a Equação 2, acima, com o auxílio da Figura.

Esta questão é qualitativa, tal que não comporta texto único.

Basicamente, trata-se de uma análise que compara as taxas temporais $(\partial C/\partial t)$ com as concavidades das curvas apresentadas no gráfico $(\partial^2 C/\partial x^2)$.

⇒ Nos pontos de maior concavidade nota-se graficamente, maiores distâncias verticais, em cada ponto x. Isso escrito em linguagem matemática significa que

$\frac{\partial C}{\partial t} \propto \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$; como explícito pela Equação 2.

Questão 3) [2,5] Determine a taxa inicial na qual o Hélio (He), mantido em uma concentração de $C_A = 8,5$ kg/m^3 e 297 K em um Pyrex esférico de 50 cm de diâmetro e uma parede com espessura de $x = 1$ cm, difunde através do Pyrex para o exterior. Suponha que a concentração fora permanece sempre insignificante e que o coeficiente de difusão do He no Pyrex é $D = 0,40 \times 10^{-9}$ cm^2/s.
Equações possivelmente (não necessariamente) úteis:

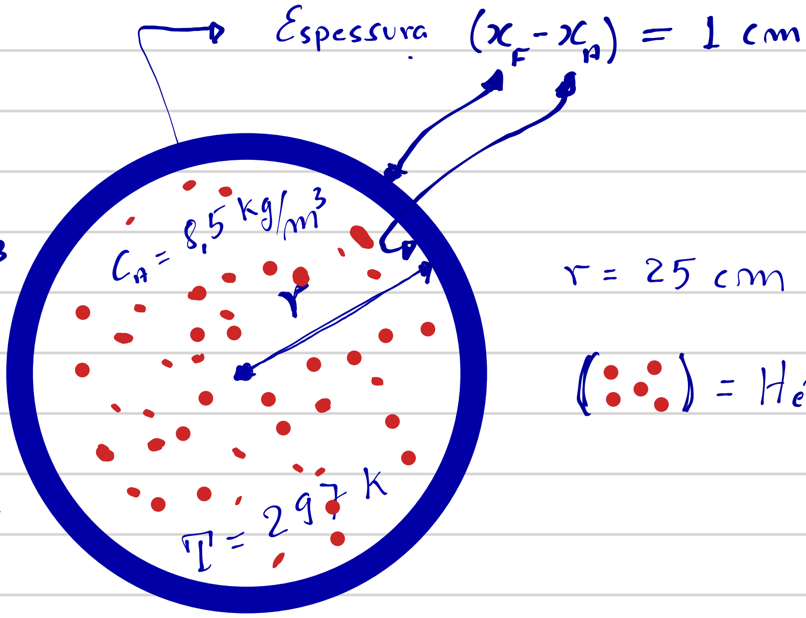
$$D = D_0 \exp\left(-\frac{Q_d}{RT}\right);$$
$$J = -D\frac{\Delta C}{\Delta x};$$
$$\frac{C_x - C_0}{C_s - C_0} = 1 - efr\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right).$$

Ilustração:

$C_A = 8,5\ kg/m^3$

$C_{Fora} \ll C_A$

$D = 0,40 \times 10^{-9}\ cm^2/s$



r = 25 cm

(• •) = Hélio

Solução:

Como as concentrações são constantes, trata-se de uma difusão em estado estacionário;

$$J = -D\frac{(C_x - C_A)}{(x - x_A)}$$

Neste caso x_A é a referência na superfície interna do pyrex.

Note que $[J] = \frac{kg}{m^2 \cdot s}$.

$\Rightarrow$ A taxa de difusão total será

$$Taxa = J \cdot A_{total}$$

$$Taxa = J \cdot \pi r^2$$

$$Taxa = -D \frac{(C_{Fora} - C_A)}{x_{Fora} - x_A} \cdot 4\pi r^2$$

Como C_{Fora} é desprezível $\Rightarrow C_{Fora} \approx 0$.

Considerando os dados no S.I.

$\Rightarrow$ $D = 0{,}40 \times 10^{-13} \frac{m^2}{s}$ $\quad r = 0{,}25\,m$

$(x_{Fora} - x_A) = 0{,}01\,m$

$$\Rightarrow Taxa = -0{,}40 \times 10^{-13} \cdot \frac{(0 - 8{,}5)}{0{,}01} \times 4\pi\, 0{,}25^2$$

$$Taxa = \frac{0{,}40 \times 8{,}5 \times 4\pi\, 0{,}25^2}{10^{-2}} \times 10^{-13}\, \frac{\cancel{m^2}}{s} \cdot \frac{1}{\cancel{m}} \cdot \frac{kg}{\cancel{m^3}} \cdot \cancel{m^2}$$

$$\boxed{Taxa \cong 2{,}670 \times 10^{-11}\ kg/s}$$