

# Verificação experimental das leis de Newton aplicadas ao MRU e MRUV.

Arthur de Andrade Ferreira<sup>1</sup>; Gabriel Alves Matos<sup>2</sup>; Gabriel Mardegan Faria<sup>3</sup>; Willian Pacheco Silva<sup>4</sup>.

1 - Centro Universitário Norte do Espírito Santo - CEUNES. São Mateus, ES. [arthur.a.ferreira@edu.ufes.br](mailto:arthur.a.ferreira@edu.ufes.br);

2 - Centro Universitário Norte do Espírito Santo - CEUNES. São Mateus, ES. [gabriel.matos@edu.ufes.br](mailto:gabriel.matos@edu.ufes.br);

3 - Centro Universitário Norte do Espírito Santo - CEUNES. São Mateus, ES. [gabriel.m.faria@edu.ufes.br](mailto:gabriel.m.faria@edu.ufes.br);

4 - Centro Universitário Norte do Espírito Santo - CEUNES. São Mateus, ES. [willian.p.silva@edu.ufes.br](mailto:willian.p.silva@edu.ufes.br);

## Resumo:

No presente artigo, foi utilizado um trilho de ar da marca CIDEPE, de modelo semelhante ao EQ238E para estudar o movimento de um corpo quando este se desloca sem atrito em um trilho horizontal, descrevendo um movimento retilíneo uniforme e em um trilho inclinado, descrevendo um movimento retilíneo uniformemente variado. Durante o experimento de MRU, foi verificado que a velocidade permaneceu constante durante todo o percurso, o que implica em uma força resultante nula no carrinho durante o movimento. Além disso, foi observada uma relação linear entre a posição e o tempo. Em seguida, o trilho foi inclinado e verificou-se uma aceleração constante no movimento do carrinho, devido à força resultante diferente de zero, uma vez que a gravidade passou a influenciar o movimento. A aceleração presente no movimento provocou uma relação quadrática entre a posição e o tempo e os resultados observados condizem com a teoria de cinemática e mecânica clássica. Ao fim do estudo, chegou-se a um valor aproximado para o ângulo de inclinação do trilho e a aceleração medida com o trilho inclinado foi utilizada para obter o valor aproximado da aceleração da gravidade. O valor encontrado para a aceleração da gravidade foi de  $g = (9 \pm 2) \text{ m/s}^2$ .

Palavras-Chave: Cinemática, MRU, MRUV, gravidade, aceleração, movimento.

## Abstract:

In this article, a CIDEPE brand air rail, similar to the EQ238E model, was used to study the movement of a body when it moves without friction on a horizontal rail, describing a uniform rectilinear movement, and on an inclined rail, describing a uniformly varied rectilinear motion. During the MRU experiment, it was verified that the velocity remained constant throughout the journey, which implies a zero net force on the cart during the movement. Furthermore, a linear relationship between position and

time was observed. Then, the rail was tilted and there was a constant acceleration in the movement of the cart, due to the non-zero resultant force, since gravity started to influence the movement. The acceleration present in the movement caused a quadratic relationship between position and time and the observed results are consistent with the theory of kinematics and classical mechanics. At the end of the study, an approximate value for the inclination angle of the rail was reached and the acceleration measured with the inclined rail was used to obtain the approximate value of the acceleration due to gravity. The value found for the acceleration of gravity was  $g = (9 \pm 2) m/s^2$ .

Keywords: Kinematics, MRU, MRUV, gravity, acceleration, movement.

## Introdução

A área da mecânica que trata do movimento dos corpos é conhecida **como a cinemática**. Dentre seus vários ramos, existem os movimentos retilíneo uniformemente (MRU) e retilíneo uniformemente variado (MRUV). Esses são os tipos de movimentos mais simples e são comumente estudados como uma introdução à mecânica clássica.

Quando um corpo se desloca de um ponto a outro através de uma trajetória retilínea e, neste processo, a velocidade deste **se mantém constante**, então ele encontra-se em MRU. Por outro lado, quando a velocidade do mesmo varia durante o deslocamento, este encontra-se em MRUV.

Segundo H. D. Young & R. A. Freedman (2008), quando um corpo se encontra em MRU, a posição dele em relação a um referencial definido obedece a seguinte equação:

$$s = s_0 + vt \quad (1)$$

**Nessa equação,  $s_0$  representa a posição inicial do corpo,  $v$  representa a velocidade do mesmo,  $t$  representa o tempo em que o movimento aconteceu e  $s$  representa a posição final do objeto após se deslocar  $t$  segundos a uma velocidade  $v$  partindo de  $s_0$ .**

Ao realizar algumas manipulações na equação (1) obtemos a **velocidade média** de um corpo em MRU através da equação abaixo:

$$v = \frac{s - s_0}{t} \quad (2)$$

Em um movimento retilíneo uniformemente **variado, ainda de acordo com H. D. Young & R. A. Freedman (2008)**, a posição do objeto em função do tempo é definida pela equação:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (3)$$

Na equação (3),  $s_0$  representa a posição inicial do corpo,  $v_0$  representa a velocidade inicial do corpo,  $a$  representa a aceleração do corpo, e  $t$  representa o tempo decorrido desde o início do movimento.

No MRUV a aceleração do corpo é constante. Assim, segundo H. D. Young & R. A. Freedman (2008), a velocidade em um determinado instante de tempo é dada pela equação abaixo:

$$v = v_0 + at \quad (4)$$

Realizando algumas manipulações algébricas, obtém-se a aceleração de um corpo por meio da equação abaixo:

$$a = \frac{v - v_0}{t} \quad (5)$$

Vale ressaltar que as equações apresentadas até o momento consideram que o movimento foi iniciado no instante de tempo  $t_0 = 0$ . Por isso, o intervalo de tempo em que o movimento ocorreu, geralmente descrito por  $t - t_0$ , pode ser descrito como apenas  $t$ .

A segunda lei de Newton também é importante para determinar a aceleração de um corpo de massa  $m$  quando ele é submetido a uma força externa  $F$  por meio da equação abaixo.

$$F = m \cdot a \quad (6)$$

Esse tipo de análise pertence ao campo da cinemática, mas ela também será necessária no cálculo da gravidade em um dos experimentos.

Tendo em vista a vasta aplicabilidade do MRU e do MRUV nas atividades humanas diárias, é de grande importância estudar esses tipos de movimento para compreender melhor como os corpos se deslocam em cada caso. Por isso, o objetivo deste documento é estudar o comportamento de um corpo deslizando sem atrito sobre um trilho horizontal e de um corpo deslizando sem atrito sobre um trilho inclinado em um ângulo  $\theta$ . O resultado desse estudo será aplicado para descrever o MRU e o MRUV e para obter uma aproximação para o valor da aceleração gravitacional no local onde foram realizados os experimentos.

## Materiais e métodos

Os experimentos aqui documentados foram realizados a distância por um professor da UFRN que publicou um vídeo da execução do experimento no YouTube.

Os materiais utilizados para a execução dos experimentos não foram descritos em detalhes durante a execução destes. Entretanto, foi utilizado um trilho de ar semelhante ao CIDEPE - EQ238E para gerar uma superfície **com atrito muito pequeno**, denominada colchão de ar. Essa superfície foi utilizada para que um corpo, denominado “carrinho”, possa se movimentar livremente sobre os trilhos sem **perdas consideráveis de energia por atrito**.

O equipamento utilizado possui dois sensores fotoelétricos que medem o intervalo de tempo em que o carrinho atravessa o espaço entre eles. O dispositivo também possui uma unidade geradora de fluxo de ar que injeta ar sobre a superfície dos trilhos, simulando o ambiente sem atrito, e um disparador eletromagnético que libera o carrinho do repouso. Quando o disparador é ativado, o carrinho inicia seu movimento. A figura a seguir ilustra o equipamento EQ238E.



Figura 1 - Trilho de ar semelhante ao utilizado nos experimentos  
Fonte: Retirado do site do CIDEPE<sup>1</sup>

Para medição das distâncias percorridas pelo carrinho e a distância entre os sensores, foi utilizada a régua presente nos trilhos do equipamento. Já para as medidas de tempo, foi utilizado um cronômetro digital conectado aos sensores. **Quando o carrinho atravessa as posições inicial e final, o cronômetro é acionado e parado, respectivamente.** Dessa forma, são obtidas as medidas precisas do tempo gasto no percurso.

No experimento que trata do MRU, o trilho foi posicionado na horizontal de modo a evitar que o carrinho adquira aceleração por influência da gravidade. Em contrapartida, no experimento que aborda o MRUV, o trilho foi alinhado formando um

---

<sup>1</sup> Disponível em: <<https://www.cidepe.com.br/index.php/br/impressao-detalhes?produto=24075&experimentos=0>>. Acesso em: 27 de julho de 2021.

ângulo diferente de zero com a horizontal, de maneira que a gravidade provoque uma aceleração uniforme no carrinho durante seu trajeto.

## Fase 1

Inicialmente foi realizado o experimento do movimento retilíneo uniforme. A preparação desse experimento consistiu em conectar o cronômetro digital aos sensores fotoelétricos para realizar as medições de tempo, verificar se o trilho estava devidamente alinhado na horizontal por meio de um nível e posicionar os sensores nas posições desejadas, com uma distância  $s$  entre eles.

Em seguida, o disparador foi ligado, o carrinho foi posicionado no início do trilho e posicionado no disparador. Depois disso, a unidade geradora de fluxo de ar foi ligada para remover o atrito entre o carrinho e a superfície. Logo após, o cronômetro digital foi ligado para fornecer as medidas de tempo.

Durante a execução do experimento, foi fornecida apenas uma medida tanto de distância quanto de tempo para cada lançamento do carrinho e **as incertezas não foram especificadas**. Os resultados observados foram relacionados em uma tabela e ela será analisada posteriormente.

## Fase 2

O segundo experimento realizado foi o experimento do movimento do movimento retilíneo uniformemente variado. A preparação desse experimento foi semelhante à preparação do primeiro experimento. Os sensores fotoelétricos foram conectados ao cronômetro digital e o disparador foi conectado ao equipamento. Entretanto, neste experimento, foi necessário ajustar o trilho em uma determinada inclinação para que a aceleração gravitacional passe a causar um movimento acelerado no corpo e seja possível analisar a situação de MRUV.

**A inclinação do trilho não foi especificada durante a execução do experimento, então foi necessário estimar um valor para o ângulo entre o trilho e a horizontal por meio de ferramentas computacionais.**

Inicialmente, foi selecionado um instante do vídeo em que a câmera filma o trilho inclinado de forma mais perpendicular possível e foi realizada uma captura de tela. A partir dessa imagem, foi utilizado o programa Inkscape para medir o ângulo entre o trilho e o plano horizontal e chegou-se ao valor médio de  $3,0^\circ$  de inclinação.

**Para obter a incerteza, observou-se que o ângulo não poderia ser maior do que  $3,8^\circ$ . Com base nisso, é determinada uma incerteza de  $3,8 - 3,0 = 0,8$ . Assim, o valor do ângulo adotado foi de  $\theta = 3,0^\circ \pm 0,8^\circ$ .**

Com a inclinação definida, a unidade geradora de fluxo de ar foi ligada, para remover o atrito entre o carrinho e a superfície, e o cronômetro digital foi ligado para fornecer as medidas de tempo. Além disso, os sensores foram posicionados de forma que eles possuam um espaço  $s$  entre eles. Por fim, o carrinho foi posicionado na extremidade mais alta do trilho em contato com o disparador.

No decorrer do experimento, foi tomada apenas uma medida de tempo e uma medida da distância para cada lançamento e as incertezas de cada medição não foram especificadas. Novamente, os resultados obtidos foram dispostos em uma tabela que será analisada posteriormente.

## Resultados e discussões

### Fase 1

Quando todos os equipamentos estavam prontos, o disparador foi acionado, dando início ao experimento do MRU. A partir desse momento, o carrinho percorreu os trilhos de uma extremidade a outra sem atrito, percorrendo o espaço entre os sensores em linha reta, e a medição do tempo em que o carrinho percorre esse espaço foi feita pelos sensores.

Logo depois, a distância entre os sensores foi alterada, o carrinho foi posicionado novamente no disparador e o experimento foi executado novamente. Esse processo foi executado 8 vezes, e em cada uma delas foi definida uma nova distância entre os sensores e foi medido o tempo. Os dados obtidos por meio do experimento foram os seguintes:

Medição	s [m]	$\Delta s$ [m]	t [s]	$\Delta t$ [s]
1	0,200	0,003	0,2269	0,009
2	0,300	0,003	0,3407	0,009
3	0,400	0,003	0,4605	0,009
4	0,500	0,003	0,5674	0,009
5	0,600	0,003	0,6849	0,009
6	0,750	0,003	0,8527	0,009
7	0,900	0,003	1,0297	0,009
8	1,000	0,003	1,1467	0,009

Tabela 1 - Dados do experimento de MRU

Na tabela acima, foram relacionados os valores de espaço (s) e o tempo (t) em que o carrinho percorreu aquele determinado espaço. Além disso, como as incertezas não foram fornecidas por quem realizou o experimento, foi necessário analisar a execução do experimento e considerar alguns valores.

Para as incertezas de distância, as incertezas foram tomadas como sendo 3mm, pois as medições foram feitas com cuidado. Já as incertezas de tempo foram adotadas como sendo a maior incerteza possível do dígito menos significativo pois a medição foi feita por sensores. As incertezas também foram relacionadas na Tabela 1 nas colunas  $\Delta s$  e  $\Delta t$ .

Com base nos valores da Tabela 1, foi obtido o seguinte gráfico que relaciona a distância percorrida pelo carrinho com o tempo necessário para percorrer tal distância.

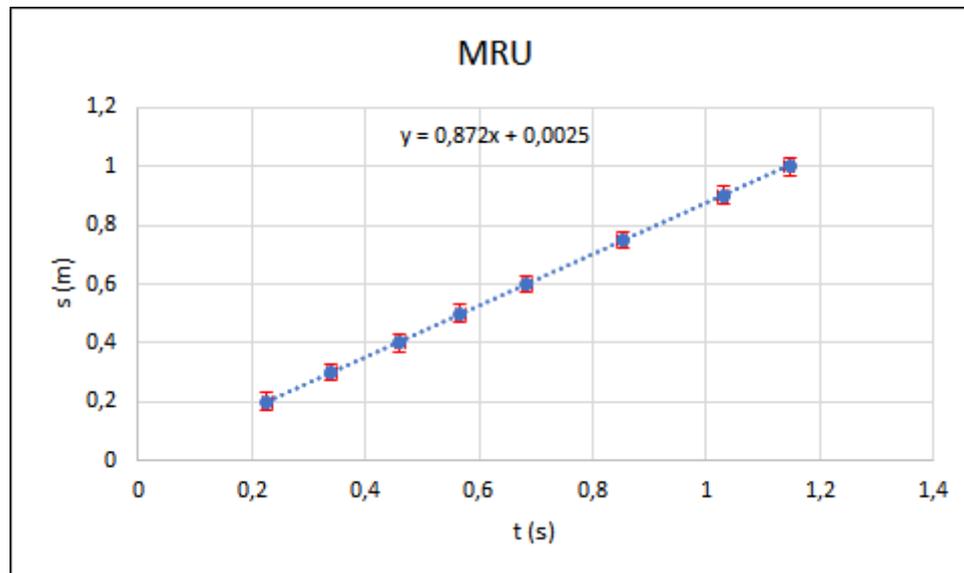


Gráfico 1 - Gráfico da posição por tempo do MRU

O gráfico de posição x tempo acima foi feito por meio do ajuste por uma linha de tendência utilizando o programa Excel. No gráfico, os pontos azuis indicam os valores das amostras obtidas experimentalmente e a reta pontilhada é a reta de tendência criada pelo programa. Além disso, as linhas vermelhas ao redor dos pontos amostrais representam as incertezas de cada medida.

Ao comparar a reta gerada com o valor das amostras representadas pelos pontos, nota-se que as amostras se ajustam bem em uma reta. Além disso, a equação da reta fornecida pelo Excel é a seguinte:

$$y = 0,872x + 0,0025 \quad (7)$$

Comparando a equação (7) com a equação (1) do movimento retilíneo uniforme e considerando a variável independente como sendo o tempo, obtém-se que  $v = 0,872$  e  $s_0 = 0,0025$ .

Utilizando a ferramenta de análise de dados do Excel, realizou-se um processo de regressão linear para encontrar as incertezas de cada medida. Essas incertezas foram relacionadas na tabela abaixo:

	Valor médio	Incerteza
$s_0$	0,003	0,002
$v$	0,872	0,003

Tabela 2 - Incertezas das medidas do MRU

De acordo com a tabela acima, conclui-se que, pela regressão feita pelo excel, o carrinho alcançou uma velocidade constante  $v = (0,872 \pm 0,003) \text{ m/s}$  e  $s_0 = (0,003 \pm 0,002) \text{ m}$ .

Como o gráfico é uma reta, o coeficiente angular em qualquer ponto do gráfico é o mesmo. Além disso, por se tratar de um gráfico de posição por tempo, o coeficiente angular da reta é a velocidade do carrinho, então, conclui-se que a velocidade é constante em todo o percurso, e não há aceleração no movimento, o que descreve um movimento retilíneo uniformemente. Dessa forma, os resultados obtidos experimentalmente são condizentes com a teoria da cinemática.

## Fase 2

No experimento de movimento retilíneo uniformemente variado, quando o carrinho é solto do trilho inclinado, ele entra em movimento retilíneo percorrendo o trilho do ponto mais alto até o ponto mais baixo. Nesse deslocamento, ele passa pelos sensores que medem o tempo necessário para que o carrinho percorra o espaço que há entre eles. Depois disso, a distância entre os sensores é ajustada e o procedimento é feito novamente.

Durante a execução do experimento, foram feitas medições do tempo gasto para o carrinho percorrer 10 distâncias diferentes e os resultados obtidos foram relacionados na tabela abaixo:

Medição	s [m]	$\Delta s$ [m]	t [s]	$\Delta t$ [s]
1	1,200	0,003	1,543	0,009
2	1,000	0,003	1,360	0,009
3	0,800	0,003	1,162	0,009
4	0,700	0,003	1,053	0,009
5	0,600	0,003	0,934	0,009
6	0,500	0,003	0,815	0,009

7	0,400	0,003	0,684	0,009
8	0,300	0,003	0,539	0,009
9	0,200	0,003	0,382	0,009
10	0,100	0,003	0,193	0,009

Tabela 3 - Medidas MRUV

Na tabela acima,  $s$  indica o espaço percorrido,  $t$  indica o tempo necessário para o carrinho percorrer o espaço e  $\Delta s$  e  $\Delta t$  indicam a incerteza das medidas de  $s$  e  $t$  respectivamente.

As incertezas não foram fornecidas por quem realizou o experimento. Por isso, para as distâncias, foram tomadas incertezas de 3mm, pois as medições foram feitas com cuidado. Já as medidas de tempo foram feitas com sensores e as incertezas foram adotadas como sendo a maior incerteza possível do dígito menos significativo.

Utilizando a Tabela 3 foi feito o gráfico do espaço em relação ao tempo do movimento. O resultado se encontra abaixo.

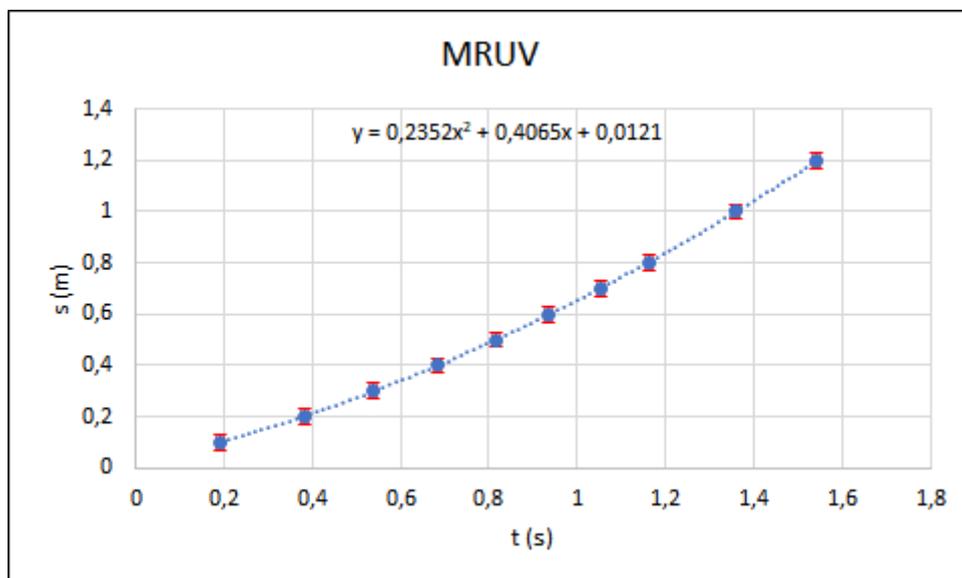


Gráfico 2 - Gráfico da posição por tempo do MRUV

O gráfico 2 foi obtido por meio do ajuste por linha de tendência utilizando o programa Excel. O gráfico gerado por esse ajuste possui os pontos azuis indicando os valores amostrais do experimento e uma linha média que busca ajustar a curva da melhor forma. Além disso, as linhas vermelhas ao redor dos pontos representam as incertezas de cada amostra.

Ao analisar o gráfico 2, nota-se uma curva quadrática, como esperado em um movimento retilíneo uniformemente variado. De acordo com o Excel, as amostras se ajustam bem na curva descrita pela seguinte equação:

$$y = 0,2353x^2 + 0,4065x + 0,0121 \quad (8)$$

Ao comparar a equação obtida por meio do ajuste, com a equação 3, que descreve o movimento de um **corpo em MRUV, são obtidos os seguintes resultados:**  $\frac{a}{2} = 0,2353, v_0 = 0,4065$  e  $s_0 = 0,0121$ . Isolando o termo  $a$  em  $\frac{a}{2} = 0,2353$ , obtemos  $a = 0,4706$ . Esses resultados indicam que a velocidade inicial do carrinho utilizado no experimento não era nula quando a medição do primeiro sensor foi feita, e também indicam que o carrinho não estava posicionado no começo do trilho na primeira medição do sensor. Observando o vídeo, percebe-se que isso realmente aconteceu justamente pois o primeiro sensor estava posicionado a uma certa distância do início dos trilhos.

Utilizando a ferramenta de regressão do Excel, também foi possível obter as incertezas para cada medida. Essas incertezas foram relacionadas na tabela abaixo.

	Valor médio	Incerteza
$s_0$	0,012	0,002
$v_0$	0,407	0,006
$a$	0.471	0,003

Tabela 4 - Incerteza das medidas do MRUV

Utilizando a Tabela 4, conclui-se que  $s_0 = (0,012 \pm 0,002) m$ ,  $v_0 = (0,407 \pm 0,006) m/s$  e  $a = (0,471 \pm 0,003) m/s^2$ .

Durante o experimento, espera-se que a velocidade aumente de forma constante pois o corpo está sujeito a ação da gravidade. O diagrama de corpo livre abaixo mostra as forças atuantes no corpo quando ele está deslizando por uma superfície inclinada sem atrito.

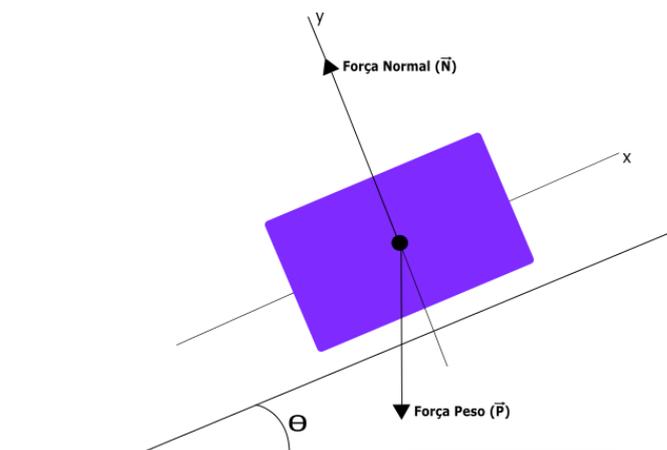


Figura 2 - Representação do plano inclinado para o MRUV

Considerando que o carrinho tem massa  $m$ , descrevemos o módulo da força peso do carrinho por meio da equação (6) como sendo

$$P = m \cdot g \quad (9)$$

A partir disso, como a força peso é a única força atuando sobre o carrinho, aplica-se a teoria de sobreposição de forças para encontrar as relações entre as componentes das forças do carrinho, como segue

$$\begin{aligned} F_x &= F \cdot \text{sen}(\theta) = m \cdot a_x \\ F &= P = m \cdot g \\ P \cdot \text{sen}(\theta) &= m \cdot g \cdot \text{sen}(\theta) = m \cdot a_x \\ g &= a_x / \text{sen}(\theta) \quad (10) \end{aligned}$$

Os cálculos acima demonstram que, de fato, a aceleração da gravidade pode ser obtida sabendo a aceleração que o carrinho possui na direção do eixo  $x$  e do ângulo de inclinação do trilho. Esses valores já foram obtidos experimentalmente, então é possível calcular o valor da aceleração da gravidade.

Inicialmente será calculado o valor médio e depois a incerteza do valor da gravidade. Portanto, temos:

$$\begin{aligned} \theta &= 3,0^\circ \pm 0,8^\circ \\ a_x &= (0,471 \pm 0,003) \text{ m/s}^2 \\ g &= a_x / \text{sen}(\theta) = 0,471 / \text{sen}(3,0) = 8,999548949 \approx 9 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Para calcular a incerteza foi utilizada a seguinte equação:

$$\Delta g = \frac{a}{\text{sen}(\theta)} \cdot \left( \left| \frac{\sigma_a}{a} \right| + \left| \frac{\Delta \text{sen}(\theta)}{\text{sen}(\theta)} \right| \right)$$

Sendo que  $\Delta \text{sen}(\theta)$  é calculado por  $\Delta \text{sen}(\theta) = (\text{sen}(\theta)_{\text{max}} - \text{sen}(\theta)_{\text{min}}) / 2$ .

$$\Delta \text{sen}(\theta) = \frac{\text{sen}(\theta)_{\text{max}} - \text{sen}(\theta)_{\text{min}}}{2} = \frac{\text{sen}(3,0 + 0,8)_{\text{max}} - \text{sen}(3,0 - 0,8)_{\text{min}}}{2}$$

$$\Delta \text{sen}(\theta) = 0,013943045^\circ$$

$$\Delta g = \frac{0,471}{\text{sen}(3,0)} \cdot \left( \left| \frac{0,003}{0,471} \right| + \left| \frac{0,013943045}{\text{sen}(3,0)} \right| \right) = 2,454930132 = 2 \text{ m/s}^2$$

Com base nos cálculos acima chegamos em resultado aproximado da aceleração da gravidade de  $g = (9 \pm 2) \text{ m/s}^2$ . Vale ressaltar que o valor da incerteza foi arredondado de forma que ele possua apenas um algarismo significativo.

## Conclusão

Na primeira etapa do experimento, foram obtidos resultados que comprovam a teoria da cinemática. O gráfico obtido foi uma reta cuja inclinação é a velocidade do corpo. Por meio desse gráfico foi verificado que o carrinho realmente se deslocava **sem atrito** e com uma velocidade constante pois não foi possível notar nenhuma alteração da velocidade devido a aceleração ou desaceleração do corpo durante o movimento. Além disso, foi encontrado que o carrinho se deslocava a uma velocidade de  $(0,872 \pm 0,003) \text{ m/s}$ .

Na segunda etapa do experimento, os resultados mostraram que o carrinho estava em um **movimento acelerado** pois o gráfico observado foi uma parábola. Esse resultado está de acordo com o comportamento esperado para o MRUV. Além disso, **por meio dos cálculos, foi observado** que a aceleração do carrinho foi constante durante todo o movimento.

Por fim, foi calculado o valor aproximado da aceleração da gravidade. O valor obtido com o experimento foi de  $g = (9 \pm 2) \text{ m/s}^2$ . Portanto, **apesar da insuficiência de dados e incertezas do experimento**, obteve-se uma aproximação adequada para a aceleração da gravidade, visto que a aproximação atualmente adotada é de  $9,81 \text{ m/s}^2$ .

## Referências

H. D. Young & R. A. Freedman, "**Física I: Mecânica, 12a. ed.**" Pearson, São Paulo, Brasil, 2008.

**Modelo para produção de artigos e orientações sobre os experimentos.** Disponível em: <[http://magnetism.com.br/Experimental\\_I\\_Comp.html](http://magnetism.com.br/Experimental_I_Comp.html)>. Acesso em 27 de julho de 2021.

**Experimento sobre MRU.** Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=ys7re1zuJZo>>. Acesso em 24 de julho de 2021.

**Experimento sobre MRUV.** Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=QiyP31uT4I8>>. Acesso em 24 de julho de 2021.